Голицын В.

ОПТИКА

Оптика.

Теорія свѣта раздѣляется на слѣдующіе отдѣлы:

1) Геометрическую оптику, которая изслѣдуетъ явленія свѣта съ геометрической точки зрѣнія, не вдаваясь въ природу и сущность самого явленія; геометрическая оптика въ свою очередь подраздѣляется на: а) ученіе о прямолинейномъ распространеніи свѣта, б) объ отраженіи свѣта и в) о преломленіи свѣта.

2) Ученіе о свѣтовыхъ лучахъ или радіометрія изслѣдуетъ свойства свѣтовыхъ лучей; къ этому отдѣлу относятся фотометрія, свѣторазсѣяніе, лучеиспусканіе, поглощеніе, фосфоресценція, флуоресценція, химическія дѣйствія свѣта.

3) Физическая оптика изслѣдуетъ явленія интерференціи свѣта, поляризаціи, электрической поляризаціи, двойного преломленія и т. д.

Въ этомъ курсѣ не придется изучать всѣ отдѣлы по недостатку времени.

Хотя проявленія свѣта достаточно хорошо извѣстны, но въ цѣломъ состояніи собственно само явленіе еще не вполнѣ выяснено; однако это не мѣшаетъ успѣшно изучать проявленія и дѣйствія свѣта, не отдавая себѣ яснаго отчета въ природѣ самого явленія.

Для этого прибѣгаютъ къ гипотезамъ, допуская, что сущность самого явленія объясняется этими гипотезами, а затѣмъ уже

на основаніи ихъ объясняютъ всѣ наблюдаемыя явленія.

Явленія свѣта можно объяснить двумя главными гипотезами; первая изъ нихъ принадлежитъ великому Ньютону и называется — теорія истеченія, вторая приписана Гюйгенсу (x) и называется — теорія волнообразнаго движенія.

По гипотезѣ Ньютона свѣтъ есть матерія.

По гипотезѣ Гюйгенса свѣтъ есть результатъ движенія жидкости, наполняющей всю вселенную, — жидкость эта есть эфиръ. Хотя понятіе о эфирѣ есть понятіе чисто гипотетическое и существованіе его не доказано, но для объясненія наблюдаемыхъ свѣтовыхъ явленій находимъ допустить эту гипотезу. Въ этомъ эфирѣ происходятъ какія-то измѣненія, какія именно — мы совершенно не знаемъ, но эти періодическія измѣненія, распространяясь по всѣмъ направленіямъ и попадая въ глазъ, производятъ впечатлѣніе свѣта.

Теорія Ньютона объясняла довольно удовлетворительно явленія преломленія и отраженія свѣта, но, по мѣрѣ развитія опытовъ и расширенія круга наблюдаемыхъ явленій, она оказалась вполнѣ несостоятельной; такъ напримѣръ, она совершенно не можетъ объяснить явленія интерференціи свѣта.

Явленіе интерференціи свѣта состоитъ въ томъ, что наложеніемъ одного свѣта на другой свѣтъ можно получить темноту; по теоріи истеченія (Ньютона) это совершенно немыслимо, а на самомъ дѣлѣ

(x) Ранѣе Гюйгенса ее высказалъ впервые Гукъ.

это наблюдается. По теоріи волнообразнаго движенія явленіе интерференціи можетъ быть объяснено, но авторитетъ Ньютона былъ слишкомъ великъ, и его теорія, несмотря на свою очевидную несостоятельность, держалась еще долго, и только послѣ опытовъ Wollaston'а и Young'а основанія теоріи Ньютона были окончательно поколеблены. — Многіе другіе физики своими работами сильно способствовали примѣненію теоріи волнообразнаго движенія. Такъ французскій физикъ Малюсъ открылъ поляризацію черезъ отраженіе; Френель вполнѣ изложилъ основанія теоріи волнообразныхъ движеній; Фраунгоферъ, Біо и друг. своими работами способствовали укрѣпленію этой теоріи; но самъ Біо, несмотря на свои работы, не могъ отказаться отъ теоріи истеченія.

Теорія волнообразнаго движенія дала толчекъ къ разработкѣ теоріи упругости.

Разъ свѣтъ есть результатъ волнообразнаго движенія, то, значитъ, должно быть и механическое его объясненіе по теоріи упругости; въ этомъ направленіи работали Коши, Пуассонъ, и многаго достигли, а Кирхгофъ развилъ теорію преломленія въ кристаллахъ.

Теперь теорія Гюгенса вполнѣ упрочилась, и она пока на столько совершенна что на основаніи ея удалось предсказать нѣкоторыя, еще неизвѣстныя, явленія, которыя и подтвердились на опытахъ.

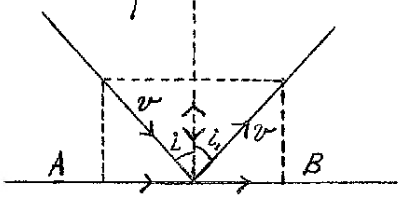
Такъ Гамильтонъ вывелъ изъ этой тео-

ріи оригинальное слѣдствіе и предсказалъ совершенно неожиданное явленіе, которое само по себѣ можетъ быть никогда и не было-бы замѣчено. Извѣстно, что, если свѣтовой лучъ падаетъ на кристаллъ, то онъ преломляется, но если лучъ направленъ на двуосный кристаллъ извѣстнымъ образомъ, то изъ кристалла выходитъ конусъ лучей; направленія эти для падающаго луча зависятъ отъ расположенія осей кристалла, и у двуосного кристалла такихъ направленій два. Гамильтонъ предсказалъ это явленіе, и оно оправдалось.

Фуко своими опытами окончательно укрѣпилъ теорію волнообразнаго движенія. По теоріи Ньютона необходимо, чтобы скорость распространенія свѣта въ какой-либо средѣ, наприм. въ водѣ, была больше, чѣмъ въ пустотѣ; по теоріи волнообразнаго движенія какъ разъ наоборотъ. Фуко въ своемъ извѣстномъ опытѣ сравнилъ скорости распространенія свѣта въ водѣ и въ воздухѣ и доказалъ, что въ водѣ она меньше. Послѣ этого опыта теорія истеченія пала окончательно, и вполнѣ укрѣпилась теорія волнообразнаго движенія, которая гласитъ: Свѣтъ есть результатъ періодическихъ колебаній происходящихъ въ средѣ выполняющей всю вселенную. Эта воображаемая среда есть эфиръ.

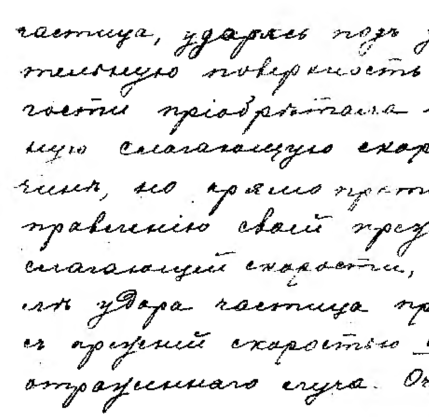
Посмотримъ теперь, какъ объясняются различныя явленія свѣта теоріей истеченія и теоріей волнообразнаго движенія.

Черт. 1



По теоріи истеченія явленіе отраженія свѣта объяснялось очень просто. Движущаяся со скоростью V частица, ударясь подъ угломъ i объ отражательную поверхность AB, вслѣдствіе упругости пріобрѣтала при ударѣ вертикальную слагающую скорость равную по величинѣ, но прямо противуположную по направленію своей прежней вертикальной слагающей скорости, вслѣдствіе чего послѣ удара частица продолжала движеніе съ прежней скоростью V, но по направленію отраженнаго луча. Очевидно, что $i = i_1$.

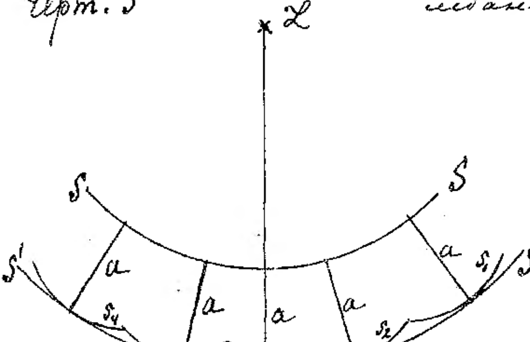
Черт. 2



Явленіе преломленія объяснялось теоріей истеченія тѣмъ, что движущаяся частица при переходѣ въ болѣе плотную среду испытывала притяженіе среды, направленное перпендикулярно къ раздѣляющей поверхности AB, почему вертикальная слагающая скорость частицы въ средѣ увеличивалась ($V_3 > V_2$), тогда какъ горизонтальная слагающая скорость сохранялась та-же ($V_1 = V_1$) и окончательная скорость въ средѣ дѣлалась и больше ($V' > V$), и измѣняла свое направленіе ($i > i_1$)
Для объясненія когда именно лучъ от-

разрастся, и когда прилагали, прибѣгали къ различнымъ ухищреніямъ.
Прямолинейное распространеніе свѣта вытекало непосредственно изъ самой гипотезы истеченія, такъ какъ самое простое движеніе есть движеніе прямолинейное.
Вотъ въ общихъ чертахъ объясненіе явленій свѣта помощію теоріи истеченія. Посмотримъ теперь, какъ объясняются тѣ-же явленія теоріею волнообразнаго движенія.
Пусть въ L находится свѣтящійся центръ и по всѣмъ направленіямъ отъ него распространяются колебанія эфира съ равномѣрною скоростью.

Черт. 3

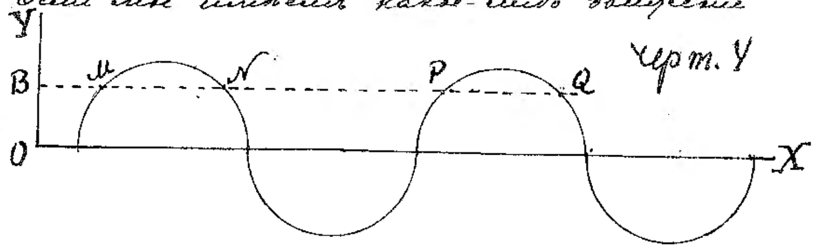


Положимъ, что черезъ промежутокъ времени t движеніе перешло на сферу S, а черезъ промежутокъ времени t' оно перешло на сферу S', а значитъ въ промежутокъ времени $t'-t$ движеніе пройдетъ путь a, т.е. будемъ имѣть

$$a = v(t'-t)$$

гдѣ v есть скорость распространенія движенія.
Замѣтимъ, что всѣ точки поверхности S

находятся въ той-же фазѣ движенія.
Если мы имѣемъ какое-либо движеніе

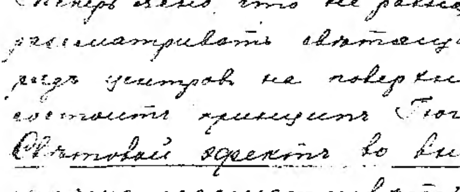


заданное кривою MNPQ такъ, что по оси x-овъ отложено время, а по оси y-овъ величина, характеризующая удаленіе частицъ отъ положенія равновѣсія, то говорятъ, что точки, имѣющія равныя ординаты и скорости, направленныя въ ту-же сторону, находятся въ одной фазѣ движенія. Такъ напримѣръ, точки M, и P, N и Q (черт. 4) находятся въ той-же фазѣ движенія.

Но мы сказали, что за время $t'-t=T$ (черт. 3) движеніе перейдетъ на сферу S', а значитъ и всѣ точки поверхности S' будутъ находиться въ той-же фазѣ движенія. Итакъ, черезъ промежутокъ времени $\underline{t}$ всѣ точки поверхности S воспроизведутъ тѣ-же колебанія, что и свѣтящійся центръ $\underline{L}$, и мы получимъ какъ-бы новый рядъ свѣтящихся центровъ на поверхности $\underline{S}$. Каждая точка поверхности S даетъ начало элементарной волнѣ и черезъ промежутокъ времени $\underline{T}$ движеніе отъ каждой точки поверхности S перейдетъ на маленькія сферы S_1, S_2, S_3, S_4...... при чемъ всѣ точки этихъ сферъ будутъ находиться опять-таки въ той-же фазѣ движенія, ибо всѣ онѣ получаю-

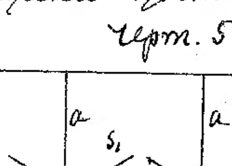
ходится черезъ время t, этъ точкъ, находящiеся въ той-же фазѣ движенія.
Ясно, что всѣ маленькія сферы $s_1, s_2, s_3, s_4 \ldots$, охватываются сферою S', и точки ихъ находятся въ той-же фазѣ движенія, что и всѣ точки поверхности S'.
Такая охватывающая поверхность наз. огибающей поверхностью; теорія огибающихъ поверхностей будетъ разсмотрѣна въ дифференціальномъ исчисленіи.
Теперь ясно, что все равно будемъ ли мы разсматривать свѣтящійся центръ L или рядъ центровъ на поверхности S', въ этомъ и состоитъ принципъ Гюйгенса.
Свѣтовой эффектъ во внѣшней точкѣ можно разсматривать какъ происходящій отъ новаго ряда свѣтящихся центровъ расположенныхъ непрерывно на поверхности какой-нибудь волны, — ибо движеніе будетъ тождественно.

Черт. 5



На чертежѣ 5 оставлены тѣ-же обозначенія, но изображена плоская волна, что бываетъ въ томъ случаѣ, когда свѣтящаяся точка удалена въ безконечность. Практически это получаютъ, помѣщая свѣтящуюся точку въ главный фокусъ чечевицы.

Черт. 6.

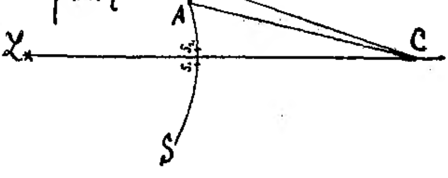


По принципу Гюйгенса мы можемъ вмѣсто даннаго центра L (черт. 6) разсматривать рядъ центровъ на поверхности

(поверхности) какой-нибудь волны S и дѣйствіе свѣта на какую нибудь внѣшнюю точку P нисколько отъ того не измѣнится.
Можно еще болѣе обобщить этотъ принципъ: На самомъ дѣлѣ, — окружимъ центръ L какою угодно поверхностью K и придадимъ каждой точкѣ этой поверхности фазу движенія соотвѣтствующую ея удаленію отъ центра L; очевидно, что это вполнѣ возможно сдѣлать; но всѣ точки поверхности K будутъ въ этомъ случаѣ находиться, вообще говоря, въ разныхъ фазахъ; тогда можно вмѣсто центра L разсматривать поверхность K если только каждая точка этой поверхности въ соотвѣтствующей фазѣ, т. е. центръ L можно замѣнить поверхностью K, ибо результатъ движенія въ какой нибудь внѣшней точкѣ P будетъ тотъ-же отъ поверхности K, что и отъ самого центра L. Это обобщеніе будетъ также вполнѣ справедливо и для нѣсколькихъ свѣтящихся центровъ. Справедливость принципа Гюйгенса оправдывается всѣми слѣдствіями изъ него выводимыми. Его-же можно доказать и строго математическимъ путемъ.
Теперь перейдемъ къ объясненію помощію волнообразнаго движенія основныхъ явленій геометрической оптики.

Прямолинейное распространеніе свѣта

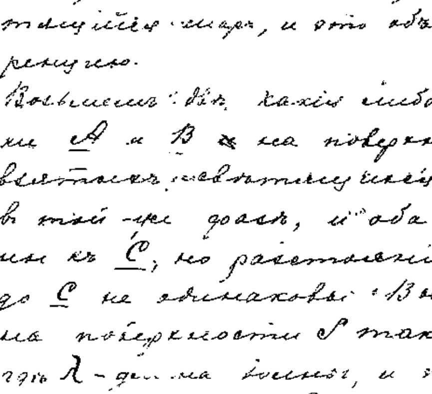
черт. 7



Положимъ, что имѣемъ въ L свѣтящійся центръ (черт. 7.) и наблюдаемъ свѣтовой эффектъ въ точкѣ C.

По принципу Гюйгенса мы можемъ замѣнить свѣтящійся центръ L поверхностью S, гдѣ каждая точка этой поверхности будетъ представлять собою свѣтящійся центръ, но если помѣстить глазъ въ C, то мы увидимъ свѣтящуюся точку, а не свѣтящійся шаръ, и это объясняется интерференцією.

Возьмемъ для какія либо двѣ смежныя точки A и B на поверхности S; эти два вторичн. свѣтящихся центра находятся въ той-же фазѣ, и оба посылаютъ свои лучи къ C, но разстоянія этихъ центровъ до C не одинаковы. Выберемъ центры A и B на поверхности S такъ, чтобы $BC-AC=BD=\frac{\lambda}{2}$, гдѣ λ - длина волны, и посмотримъ какой эффектъ дадутъ два такіе центра въ точкѣ C.

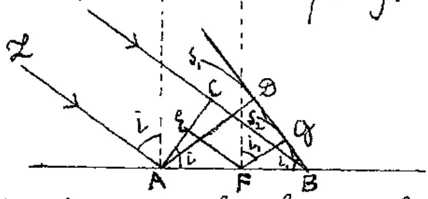


Черт. 8.

Если подъ вліяніемъ точки A въ точкѣ C получится движеніе въ одну какую-нибудь сторону, то ясно, что отъ дѣйствія точки B должно получиться въ C движеніе въ противоположную сторону, ибо точки A и B выбраны такъ, что разность разстояній ихъ до $C=\frac{\lambda}{2}$. Если мы изобразимъ кривою mn движеніе, происшедшее отъ A, то кривая pq (черт. 8) изобразитъ движеніе отъ точки B; извѣстно, что два такихъ движенія взаимно уничтожаются и въ точкѣ C не получится никакого удаленія отъ положенія равновѣсія, а значитъ точки A и B не дадутъ освѣщенія

эффекта въ C. Явленіе это называется интерференціею свѣта.
Если мы теперь всю поверхность S (черт. 7) раздѣлимъ на уничтожающія другъ друга зоны, то всѣ онѣ не дадутъ эффекта въ точкѣ C, но окажется, что отъ всей поверхности S останется одна небольшая центральная зона $S_1 S_2$, которая не уничтожится, и глазъ, помѣщенный въ C, получитъ эффектъ отъ этой зоны; т. е. увидитъ свѣтящійся центръ дѣйствительно въ томъ направленіи, въ которомъ онъ и находится.
Замѣтимъ здѣсь, что свѣтовыя колебанія совершаются перпендикулярно направленію распространенія свѣта, что доказывается, какъ увидимъ ниже, явленіемъ поляризаціи свѣта. Для этого надо, чтобъ гипотетическій эфиръ обладалъ свойствами твердаго тѣла.

Отраженіе свѣта.



черт. 9.

Явленіе отраженія свѣта объясняется очень просто теоріей волнообразнаго движенія, при чемъ теорія непосредственно даетъ и самый законъ отраженія.
Пусть свѣтовой лучъ LA (черт. 9) падаетъ на отражающую поверхность AB.
Если свѣтящійся центръ находится въ безконечномъ удаленіи, то, какъ мы знаемъ, волна будетъ плоская и перпендикулярная къ лучу; если же свѣтящійся центръ не въ

въ безконечномъ удаленіи, то, какъ мы знаемъ, получимъ сферу для волны, и тогда возьмемъ небольшую ея часть, которую примемъ за плоскую, и остальныя разсужденія будутъ совершенно тѣ-же.

Положимъ, что свѣтящійся центръ удаленъ въ безконечномъ разстояніи, и что имѣемъ параллельные лучи LA, LB. Какъ сказано, волна такихъ лучей будетъ плоская, перпендикулярная къ нимъ; положимъ, что эта волна изобразится прямой AC.

Намъ извѣстно, что эффектъ свѣтящагося центра можетъ быть замѣненъ эффектомъ ряда свѣтящихся центровъ на поверхности какой-нибудь волны, а значитъ мы можемъ разсматривать дѣйствіе на отражательную поверхность не одного центра, а ряда центровъ на поверхности волны AC, причемъ всѣ точки прямой AC находятся въ той-же фазѣ движенія.

Для того, чтобы движеніе отъ точки C сообщилось точкѣ B необходимо нѣкоторое время, но гдѣ будетъ тогда волна отъ точки A? Найдемъ поверхность волны всего пучка лучей соотвѣтствующей этому времени.

Ясно, что въ то время, когда движеніе отъ точки C сообщится точкѣ B, движеніе точки A перейдетъ на сферу, радіусъ которой будетъ равенъ CB, и если мы изъ A этимъ радіусомъ опишемъ сферу S, то получимъ элементарную волну точки A (AD = CB.)

Найдемъ теперь элементарную волну отъ какой нибудь промежуточной точки E:

для этого изъ точки F надо будетъ описать сферу радіусомъ $FG = BC - EF$; пусть S_2 будетъ эта сфера.

Мы имѣемъ теперь, что точка B и точки сферъ S_1 и S_2 находятся въ той-же фазѣ движенія (x), и если черезъ точку B мы проведемъ поверхность огибающую сферы S_1 и S_2, то это и будетъ поверхность волны всего пучка отраженныхъ лучей. Волна эта будетъ плоская т.е. линія BD будетъ прямая. Въ самомъ дѣлѣ имѣемъ: $\triangle ACB$ подобенъ $\triangle AEF$ откуда

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AB}{AF} \text{ или } \frac{BC - EF}{BC} = \frac{AB - AF}{AB}$$

но такъ какъ $BC - EF = FG$ и $AB - AF = FB$ и $AD = BC$ то $\frac{FG}{AD} = \frac{BF}{AB}$ эта пропорція говоритъ намъ что $\triangle BFG \sim \triangle BAD$, и что три точки B, G и D лежатъ на одной прямой, а значитъ BD есть прямая линія, т.е. отраженная волна есть плоская.

Изъ треугольника ABC имѣемъ:

$$BC = AB \sin i$$

Изъ треугольника ADB имѣемъ:

$$AD = AB \sin i_1,$$

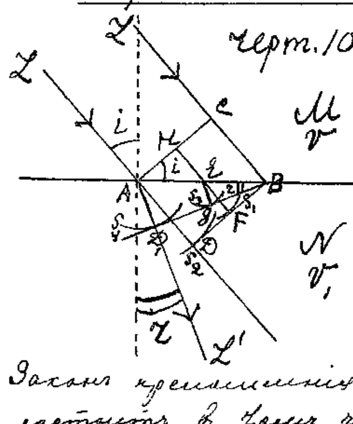
но $AD = BC$, значитъ

$$\sin i = \sin i_1 \text{ или } i = i_1.$$

но i есть уголъ паденія, а i_1 есть уголъ отраженія, а равенство этихъ угловъ и выражаетъ собой законъ отраженія.

(x) ибо $AD = BC = EF + FG = v.t.$

Преломленіе свѣта.



Черт. 10.

Перейдемъ теперь къ объясненію явленія преломленія свѣта теоріею волнообразнаго движенія; она должна не только объяснить это явленіе, какъ слѣдствіе должна намъ дать непосред. Явно и законъ преломленія.

Законъ преломленія (Декарта) какъ извѣстно состоитъ въ томъ, что синусы угловъ паденія и преломленія находятся въ постоян. отношеніи, т. е.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = Const.$$

и это слѣдствіе мы и должны получить изъ теоріи волнообразнаго движенія.

Положимъ пучекъ параллельныхъ(x) лучей LA и LB (черт. 10.) переходитъ изъ одной среды M, скорость распространенія свѣта въ которой V, въ другую среду N, скорость распространенія свѣта въ которой V_1; пусть эти среды раздѣляются поверхностью AB. Пусть AC, перпендикулярная къ LA представляетъ поверхность волны, а значитъ точки A и C находятся въ той-же фазѣ движенія. Положимъ еще, что для того, чтобы движеніе отъ точки C сообщилось точкѣ B необходимо время $t_1 - t = T$.

Если бы скорость распространенія свѣта въ обѣихъ средахъ была одна и та-же, то никакого

(x) Если бы данные лучи не были параллельны, то волна изъ изображалась бы сферою, и принявъ тогда небольшую ея часть за плоскую, мы повторили-бы то-же разсужденіе.

преломленія свѣта не произошло-бы, и мы по-
лучили-бы въ средѣ N плоскую волну парал-
лельную волнѣ AC въ средѣ M.
Найдемъ въ самомъ дѣлѣ эту волну для вре-
мени T, считаемому отъ момента прихода
движенія въ A. Мы уже сказали, что время
T необходимо для сообщенія движенія отъ
точки C точкѣ B, а значитъ одна точка ис-
комой волны у насъ уже есть — это точка B.
Отъ точки A за время T движеніе перейдетъ
на поверхность сферы радіуса BC, и если
мы изъ A опишемъ радіусомъ (DA = BC) опи-
шемъ сферу S_2 то эта сфера и представ-
витъ собою элементарную волну отъ точ-
ки A. Найдемъ еще какую-нибудь элемен-
тарную волну, положимъ, отъ точки H;
для этого изъ точки E радіусомъ EF = BC-HE
опишемъ сферу S_1 — это и будетъ элемен-
тарная волна отъ точки H. Имѣемъ
теперь точку B, и сферы S_1 и S_2 находящі-
еся въ одной фазѣ движенія. Если изъ B
проведемъ огибающую поверхность къ сфе-
рамъ S_1 и S_2, то это и будетъ поверхность
волны BD, она изобразится линіею BD.
Ясно, что волна эта плоская, т.е. BD —
прямая и ясно, что она параллельна вол-
нѣ AC.
Итакъ, предположеніе, что скорости рас-
пространенія свѣта въ обѣихъ средахъ рав-
ны привело насъ къ тому, что преломле-
нія не получается, и движеніе въ средѣ N
будетъ продолжаться по тому-же самому
направленію LA.
Значитъ, если необходимо допустить допущеніе

что въ средѣ N скорость распространенія свѣта иная, нежели въ средѣ M, такъ положимъ, что $V > V_1$; найдемъ теперь поверхность волны для того-же времени $t_1 - t = T$.

Одна точка этой волны намъ будетъ сразу извѣстна, это та-же точка B. Для нахожденія элементарной волны отъ точки A надо изъ A описать сферу радіусомъ меньшимъ AD, ибо $V_1 < V$ и значитъ за время T движеніе въ средѣ N не успѣетъ сообщиться до сферы S_2; положимъ эта сфера будетъ сфера S_4. Точно также для нахожденія элементарной волны отъ точки E придется изъ E описать сферу радіусомъ меньшимъ нежели EF, — положимъ S_3 будетъ эта сфера.

Теперь опять имѣемъ точку B и сферы S_3 и S_4 въ одной фазѣ, и если опять проведемъ изъ B поверхность огибающую S_3 и S_4, то получимъ уже поверхность преломленной волны; положимъ она изобразится линіей BD_1 и значитъ распространеніе свѣта будетъ совершаться въ средѣ N по направленію AD_1 т. е. лучъ преломится.

Замѣтимъ теперь что

$$\frac{AD}{AD_1} = \frac{V}{V_1} = \frac{EF}{EG} \quad \ldots\ldots (1)$$

Теперь надо доказать, что преломленная волна есть плоская, а затѣмъ найти зависимость между угломъ паденія и преломленія.

Докажемъ сперва, что линія BGD_1 есть прямая.

$\triangle EFB \sim \triangle ABD$ откуда получаемъ:

$$\frac{EF}{EB} = \frac{AD}{AB} \quad \ldots\ldots (2)$$

Но изъ отношенія (1) имѣемъ $EF = \frac{V}{V_1} EG$ и $AD = \frac{V}{V_1} AD_1$, подставляя это въ отношеніе (2) получимъ: $\frac{EG}{EB} = \frac{AD_1}{AB}$ а эта пропорція говоритъ, что $\triangle EGB \sim \triangle ABD_1$, а значитъ точки B, G и D_1 лежатъ на одной прямой, — что мы и должны доказать

Положимъ уголъ паденія есть i, а уголъ преломленія r

изъ чертежа ясно, что $i = \angle ABD$, а $r = ABD_1$

изъ $\triangle ADB$ имѣемъ $\sin i = \frac{AD}{AB}$

" — " — AD_1B — $\sin r = \frac{AD_1}{AB}$

раздѣливъ почленно получимъ

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{AD}{AD_1}$$ но, принявъ во вниманіе отношеніе (1) получаемъ:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V}{V_1}$$ но отношеніе $\frac{V}{V_1}$ есть величина постоянная для двухъ данныхъ средин, назовемъ его n.

ТЕХНИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА 4356 ГОЗНАК

Итакъ мы получили законъ преломленія какъ простое слѣдствіе теоріи волнообразнаго движенія. Полученная нами величина n есть относительный показатель преломленія, и ясно, что если $V > V_1$, то преломленный лучъ приближается къ перпендикуляру паденія.

Если лучъ переходитъ въ какую-нибудь среду изъ пустоты, т. е. если $V = V_0$ то получаемъ отношеніе $\frac{\sin i}{\sin r} = \mu$ назыв. абсолютнымъ показателемъ преломленія среды

Для того, чтобы прійти отъ относительнаго показателя преломленія къ абсолютному, надо только умножить относительный показатель преломленія на абсолютный показа-

тѣлъ первой среды.
Показатель $n = \frac{v}{v_1}$ есть относительный показатель преломленія, и если извѣстенъ абсолютный показатель преломленія первой среды $\frac{V_0}{v}$, то можно найти абсолютный показатель второй среды $\mu = \frac{V_0}{v_1}$.
Онъ опредѣляется такъ:

$$\mu = \frac{V_0}{v_1} = \frac{v}{v_1} \cdot \frac{V_0}{v} = n\,\frac{V_0}{v}$$

Здѣсь важно замѣтить, что абсолютный показатель будетъ больше единицы, если скорость свѣта въ средѣ меньше чѣмъ въ пустотѣ, что согласно съ опытомъ; по теоріи же Ньютона выходитъ какъ разъ наоборотъ, что мы уже видѣли, а потому теперь становится ясно, какое громадное значеніе имѣютъ опыты Фуко, такъ очевидно доказавшіе справедливость теоріи волнообразнаго движенія.
Мы разсматривали до сихъ поръ свѣтовыя явленія, какъ результатъ періодическихъ измѣненій эфира, но что такое собой эфиръ — мы не знаемъ; знать это для насъ и не важно; важно, что эта гипотеза объясняетъ наши свѣтовыя явленія.
Относительно того, какія именно измѣненія происходятъ въ эфирѣ, въ настоящее время существуетъ двѣ теоріи. Одна теорія говоритъ, что въ эфирѣ происходятъ механическія движенія частицъ, — другая — что въ эфирѣ происходятъ измѣненія электрическихъ и магнитныхъ силъ. Почти всѣ выводы и уравненія изъ обѣихъ теорій получаются одни и тѣ-же, только вводимыя въ уравненія величины иначе толкуются. Теоріи расходятся и даютъ разные выводы въ такихъ деталяхъ и подробностяхъ, до которыхъ

намъ войти въ этотъ курсъ уже не придется.
Обѣ теоріи сходятся на томъ, что въ эфирѣ происходятъ періодическія измѣненія, а допуская это, получимъ волну, которая, распространяясь, даетъ волнообразное движеніе, и для насъ не существенно, будутъ-ли этого происходить механическія или электромагнитныя измѣненія.
Хотя уже есть намеки на то, что электромагнитная теорія болѣе совершенна теоріи механической, мы будемъ придерживаться теоріи механической, ибо пока она даетъ тѣ-же выводы и результаты, а въ электромагнитной теоріи еще не выработаны достаточно пріемы изслѣдованія.

Отдѣлъ I

Геометрическая Оптика

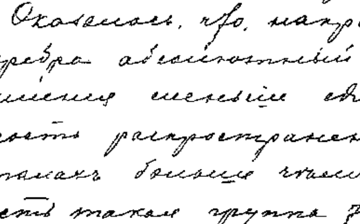
Мы не имѣемъ возможности подробно изучать здѣсь геометрическую оптику, но познакомимся съ нѣкоторыми ея общими принципами и разсмотримъ подробнѣе явленія отраженія и преломленія.
Мы говоримъ, что абсолютный показатель преломленія $n=\frac{V_0}{V}$ всегда больше единицы для всѣхъ извѣстныхъ тѣлъ, но это не совсѣмъ вѣрно. Нѣсколько лѣтъ тому назадъ нѣмецкій физикъ Кундтъ открылъ, что есть тѣла, для которыхъ $n<1$.
Кундтъ опредѣлилъ скорость распространенія свѣта въ металлахъ, т.е. тѣлахъ непрозрач-

нымъ, причемъ онъ пользовался методомъ призмы для опредѣленія этихъ скоростей. Искусство Кундта состояло въ томъ, что онъ строилъ призму изъ испытуемаго металла съ чрезвычайно небольшимъ угломъ преломленія, въ такихъ призмахъ оказывалось, что не весь свѣтъ поглощался металломъ и часть его проходила черезъ призму.

Оказалось, что, напримѣръ, для золота и серебра абсолютный показатель преломленія меньше единицы, а значитъ скорость распространенія свѣта въ этихъ металлахъ больше чѣмъ въ пустотѣ. Итакъ, есть такая группа тѣлъ, для котор. $n<1$.

Вся геометрическая оптика можетъ быть выведена, какъ слѣдствіе одного основного принципа, который мы сразу и дадимъ. Разовьемъ этотъ принципъ

Черт. 11



Положимъ, свѣтъ, исходя изъ точки A, проходитъ черезъ различныя среды, раздѣленныя поверхностями 1, 2, 3.. и что онъ нѣсколько разъ преломляется, отражается и наконецъ достигаетъ точки B (черт. 11.)

Назовемъ: среды, черезъ которыя проходитъ свѣтъ 1, 2, 3....

пути, проходимые въ нихъ r_1, r_2, r_3, r_4 ...

скорости въ нихъ свѣта V_1, V_2, V_3 ....

абсолют. ихъ показатели прелом. n_1, n_2, n_3...

времена прохожденія t_1, t_2, t_3 ...

Мы знаемъ что $r = Vt$ и $n = \frac{V_0}{V}$ (N.B. нако.

торы средины могутъ быть одни и тѣ же.)

Введемъ теперь новое понятіе - <u>оптическая длина</u>, которую будемъ обозначать буквою Ψ. Оптическая длина есть сумма произведеній $r_1 n_1$, $r_2 n_2$, $r_3 n_3$ и т. д.

т. е: $\Psi = n_1 r_1 + n_2 r_2 + n_3 r_3 + \ldots\ldots$

Замѣтимъ, что нѣкоторые n могутъ быть равны между собою, что мы и получимъ въ случаѣ, если свѣтъ нѣсколько разъ отразится

Это уравненіе напишемъ такъ:

$$\Psi = \sum n r$$

Но въ этомъ видѣ уравненіе еще ничего не говоритъ намъ, и мы не можемъ себѣ представить наглядно, что за величину оно представляетъ. Но мы уже сказали, что $n = \frac{V_0}{V}$, а $r = Vt$, подставимъ эти значенія n и r въ послѣднее уравненіе, и мы получимъ $\Psi = \sum V_0 t$

Но V_0 есть величина постоянная (скорость свѣта въ пустотѣ), и потому она можетъ быть вынесена за знакъ суммы, тогда уравненіе перепишется $\Psi = V_0 \sum t$, гдѣ

$$\sum t = [t_1 + t_2 + t_3 + \ldots\ldots]$$

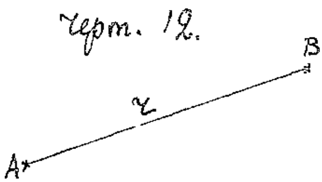
т. е. оптическая длина есть пространство, какое свѣтъ прошелъ-бы въ пустотѣ въ то время, въ какое онъ дѣйствительно проходитъ изъ точки <u>A</u> въ точку <u>B</u>

Оказывается, что всю геометрическую оптику можно вывести изъ слѣдующаго принципа: Путь луча непремѣнно удовлетворяетъ условію, чтобы оптическая длина была

наименьшая, т. е. Ψ - minimum.
Такъ какъ V_0 есть величина постоянная, то Ψ приметъ значеніе наименьшее тогда, когда t будетъ минимумъ, а значитъ свѣтъ распространится по тому пути, которому соотвѣтствуетъ кратчайшее время.
Выведемъ теперь всѣ явленія геометрической оптики, основываясь на томъ принципѣ, что оптическая длина ($\Psi = \Sigma nr$) должна быть минимумъ.

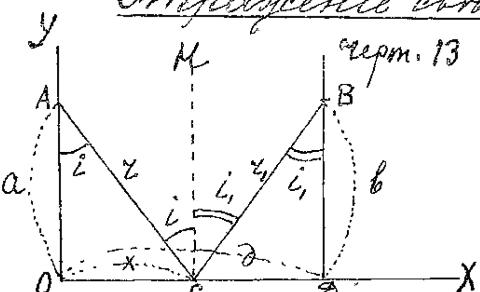
Прямолинейное распространеніе свѣта

Черт. 12.



Положимъ, свѣтъ проходитъ изъ точки A въ точку B (черт. 12), покажемъ, что онъ совершаетъ этотъ путь по прямой линіи. По нашему принципу оптическая длина, т. е. $\Psi = nr$, должна быть минимумъ. Такъ какъ n въ данномъ случаѣ одно (имѣемъ только одну среду), то очевидно, что Ψ можетъ принять наименьшее значеніе, только тогда, когда r будетъ минимумъ; но r - разстояніе между двумя точками - будетъ минимумъ когда оно будетъ прямою линіей.

Отраженіе свѣта.



черт. 13

Положимъ, свѣтъ приходитъ изъ точки A въ точку B, отразившись отъ поверхности OX (черт. 13). Выведемъ законы отраженія какъ слѣдствіе принятаго нами принципа—

Ψ должно быть минимумъ.
Покажемъ сначала, что падающій лучъ AC, отраженный CB и перпендикуляръ паденія CH находятся въ одной плоскости.
Отнесемъ весь чертежъ къ прямоугольнымъ осямъ координатъ; за ось абсциссъ примемъ раздѣляющую поверхность OX, а за ось ординатъ перпендикулярную къ ней прямую OY проходящую черезъ точку A.
Пусть координаты точки A будутъ (0, a), координаты точки C (x, 0), координаты точки B (d, b); разстоянія r и r_1 могутъ быть представлены въ видѣ:

$$r=\sqrt{a^2+x^2} \qquad r_1=\sqrt{(d-x)^2+b^2}$$

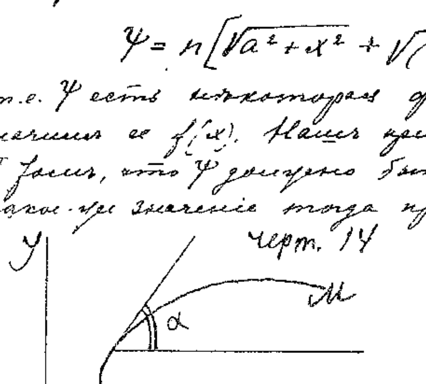
величина $\Psi = nr + n_1 r_1$, но въ данномъ случаѣ $n = n_1$, а потому получимъ

$\Psi = n[r + r_1]$ подставляя сюда выведенныя значенія r и r_1 найдемъ:

$$\Psi = n\left[\sqrt{a^2+x^2} + \sqrt{(d-x)^2+b^2}\right]$$

т.е. Ψ есть нѣкоторая функція отъ x, обозначимъ ее f(x). Нашъ принципъ состоитъ въ томъ, что Ψ должно быть минимумъ-но какое же значеніе тогда приметъ x?

Черт. 14

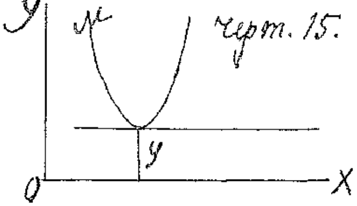


Положимъ, что мы нашли значеніе этой функціи и имѣемъ

$$y = f(x)$$

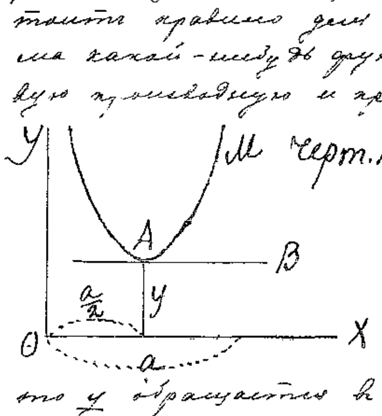
Извѣстно, что всякую функцію графически можно изобразить кривою, и положимъ M

будетъ эта кривая (черт 14.)
Извѣстно также, что угловой коэффиціентъ касательной, проведенной черезъ какую-нибудь точку кривой, есть первая производная отъ функціи, изображающей аналитически эту кривую, т. е. $f'(x) = \frac{dy}{dx} = tg\,\alpha$



черт. 15.

Если кривая M имѣетъ видъ, представленный на черт. 15, то ясно, что y имѣетъ значеніе минимума, и будетъ это тогда, когда касательная будетъ параллельна оси x-овъ, а значитъ тангенсъ ея угла съ осью абсциссъ будетъ равенъ нулю, т. е. $f'(x)=0$; — въ этомъ и состоитъ правило для нахожденія минимума какой-нибудь функціи: надо взять первую производную и приравнять ее нулю.



черт. 16

Поясним это на примѣрѣ. Положимъ надо найти значеніе минимума функціи

$$y=\frac{1}{(a-x)x}$$

Если сдѣлаемъ $x=0$, то y обращается въ безконечность; если сдѣлаемъ $x=a$, то опять y обращается въ безконечность, а между этими для промежуточныхъ значеній x, y не обращается въ безконечность, а значитъ есть такое значеніе x, при которомъ y будетъ минимумъ. Это значеніе мы и найдемъ, взявъ первую производную и приравнявъ ее нулю.
Такъ, первая производная отъ $y=\frac{1}{(a-x)x}$ будетъ

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(a-x)-x}{(a-x)^2x^2}$$

сдѣлавъ $\frac{(a-x)-x}{(a-x)^2 x^2}=0$

получимъ $x=\frac{a}{2}$, т.е. при этомъ значенiи x, y будетъ минимумъ. (Эта функция изображена графически на черт. 16) Всѣ эти вопросы относятся къ дифференцiальному исчисленiю и будутъ тамъ подробно разсмотрены.

Вернемся къ нашему изслѣдованiю явленiя отраженiя свѣта. Мы получили, что оптическая длина Ψ равна

$$\Psi = n\left[\sqrt{x^2+a^2}-\sqrt{(d-x)^2+b^2}\right]$$

и намъ надо найти значенiе x, когда Ψ будетъ минимумъ.

Беремъ первую производную и приравниваемъ ее нулю

$$n\left[\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}-\frac{(d-x)}{\sqrt{(d-x)^2+b^2}}\right]=0.$$

Отсюда и можемъ опредѣлить x, но для насъ это не такъ важно, какъ важно знать законъ отраженiя. Изъ выраженiя производной мы имѣемъ.

$$\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}=\frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2+b^2}} \quad \text{или} \quad \frac{x}{r}=\frac{d-x}{r_1}$$

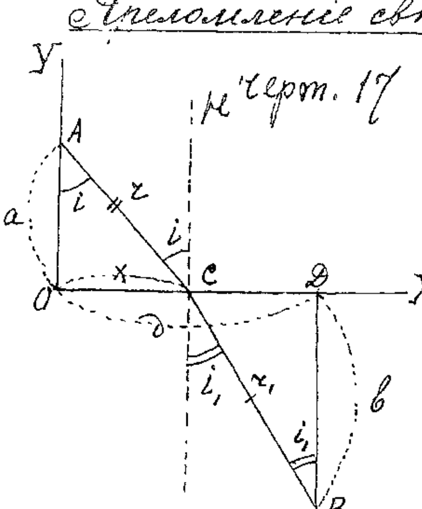
Но правая часть этого равенства представляетъ $\sin i_1$ (черт. 13), а лѣвая $\sin i$

а значитъ $\sin i = \sin i_1$

откуда $i = i_1$

т.е. мы получили законъ отраженiя, какъ слѣдствiе принятаго нами принципа — оптическая длина должна быть минимумъ.

Преломленіе свѣта.



Черт. 17

Положимъ, свѣтъ, переходя изъ точки A въ точку B, находящуюся въ другой средѣ (черт. 17), преломляется въ какой-нибудь точкѣ C. Выведемъ законы Декарта (преломленія) на основаніи принятаго нами принципа. Пусть $r = AC$ — есть путь проходимый лучемъ въ первой средѣ, а $r_1 = CB$ — путь, проходимый лучемъ въ другой средѣ; пусть n и n_1 абсолютные показатели преломленія срединъ.
Отнесемъ опять весь чертежъ къ прямоугольнымъ осямъ координатъ; за ось абсциссъ примемъ прямую OX изображающую поверхность раздѣляющую средины, а за ось ординатъ прямую OY перпендикулярную къ OX и проходящую черезъ точку A.
Пусть координаты точки A будутъ $(0, a)$
координаты точки C $(x, 0)$
координаты точки B $(д, -в)$, тогда длины r и r_1 мы можемъ опять написать

$$r = \sqrt{a^2 + x^2} \quad и \quad r_1 = \sqrt{в^2 + (д - x)^2}$$

Оптическая длина въ данномъ случаѣ выразится $\Psi = nr + n_1 r_1$ и если сюда подставимъ значенія r и r_1, то получимъ

$$\Psi = n\sqrt{a^2 + x^2} + n_1\sqrt{в^2 + (д - x)^2}$$

Для полученія минимума Ψ надо взять

первую производную и приравнять ее нулю, получим: $n\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} - n_1\frac{\partial - x}{\sqrt{b^2+(\partial - x)^2}} = 0.$

или $n\frac{x}{r} - n_1\frac{\partial - x}{r_1} = 0.$

или $n\frac{x}{r} = n_1\frac{\partial - x}{r_1}$

но $\frac{x}{r}$ есть $\sin i$ (что ясно из чертежа), а $\frac{\partial - x}{r_1}$ есть $\sin i_1$, значит имеем

$$n \sin i = n_1 \sin i_1$$

или $\frac{\sin i}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n} = Const.$

Но отношение $\frac{n_1}{n}$ абсолютных показателей преломления есть величина постоянная, это отношение дано

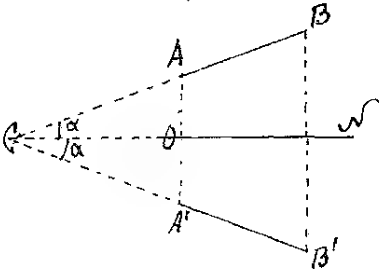
$$\frac{n_1}{n} = \frac{\frac{V_0}{V_1}}{\frac{V_0}{V}} = \frac{V}{V_1}$$

т.е. относительному показателю преломления.
Мы предполагали здесь, а также и в выводе отражения, что луч падающий, отраженный или преломленный и перпендикуляр падения находятся в одной плоскости, но ясно, что если бы они не находились в одной плоскости, то путь луча был-бы несомненно длиннее, а значит условие нахождения их в одной плоскости есть прямое следствие кратчайшего пути луча.
Итак, мы получили законы прямолинейного распространения света, отражения и преломления, как следствие одного принципа — оптическая длина есть минимум. Из этого принципа вытекает вся геометрическая оптика.

Разсмотримъ теперь приложенія геометрической оптики къ частнымъ случаямъ.

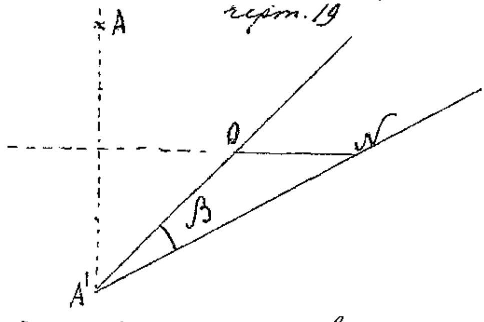
Отраженіе отъ плоскаго зеркала.

черт. 18.



Извѣстно, что для полученія изображенія какой нибудь точки A въ зеркалѣ ON (черт. 18), надо опустить изъ точки перпендикуляръ на зеркало и на продолженіи его отложить $OA' = OA$, такимъ образомъ получимъ въ A' изображеніе точки A; совершенно также поступаемъ для какой-нибудь другой точки B, того-же предмета, и тогда изображеніе самого предмета AB будетъ A'B'. Если предметъ AB наклоненъ къ зеркалу ON подъ угломъ $BCN = \alpha$, то ясно, что уголъ между предметомъ AB и его

черт. 19



изображеніемъ A'B' будетъ 2α. Если зеркало ON невелико (черт. 19), то глазъ не во всякомъ положеніи увидитъ изображеніе A' точки A. Чтобы найти пространство, помѣщенный въ которое глазъ увидитъ точку A', проводятъ прямыя отъ A' къ краямъ зеркала. Такъ, уголъ $OA'N = \beta$ ограничиваетъ ту часть пространства, внутри котораго глазъ увидитъ изображеніе A'; этотъ уголъ β называется поле зрѣнія зеркала для точки A.

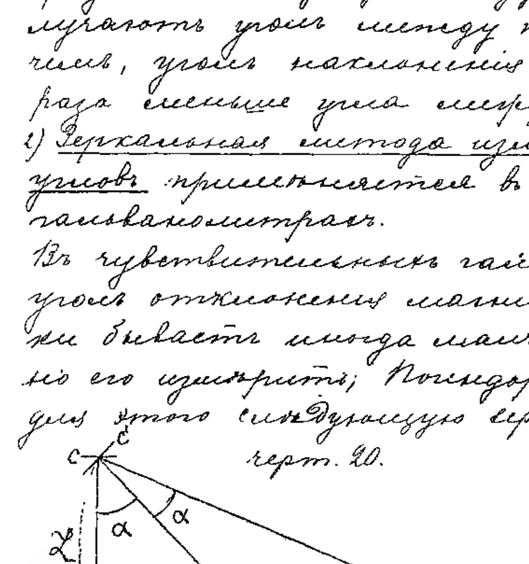
Важнѣйшія примѣненія отраженія отъ плоскихъ зеркалъ суть:

1) <u>Секстанъ</u> — угломѣрный инструментъ, теорія котораго извѣстна. Совмѣщеніемъ прямовидимаго и дважды отраженнаго предмета, по углу между зеркалами, получаютъ уголъ между предметами, причемъ, уголъ наклоненія зеркалъ въ два раза меньше угла между предметами.

2) <u>Зеркальная метода измѣренія малыхъ угловъ</u> примѣняется въ чувствительныхъ гальванометрахъ.

Въ чувствительныхъ гальванометрахъ уголъ отклоненія магнитной стрѣлки бываетъ иногда малъ, а нужно точно его измѣрить; Поггендорфъ предложилъ для этого слѣдующую зеркальную методу

черт. 20.



Очень небольшое зеркало <u>C</u> прикрѣпляется или къ стрѣлкѣ гальванометра, или къ магниту, на которыхъ виситъ сама стрѣлка (гальванометръ Томсона); противъ зеркала устанавливается шкала <u>N</u> съ дѣленіями (черт 20) и труба <u>A</u>; противъ трубы на шкалѣ сдѣлано нулевое дѣленіе (n_0) и это соотвѣтствуетъ нормальному положенію зеркала <u>C</u>; въ этомъ положеніи дѣленіе <u>n_0</u> шкалы отражаясь отъ зеркала по тому-же направленію, попадаетъ въ трубу, гдѣ его и смотрятъ.

Если зеркало отклонится на уголъ <u>α</u> и приметъ положеніе <u>C'</u>, то въ трубу от-

разится дѣленіе шкалы n, и если разстояніе отъ зеркала до шкалы назвать черезъ L, то уголъ отклоненія можно опредѣлить изъ слѣдующей формулы:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{n-n_0}{L}$$

Для малыхъ угловъ допускаютъ, что тангенсы измѣняются пропорціонально самимъ угламъ, и тогда будемъ имѣть.

$$\alpha = \frac{n-n_0}{2L}$$

Но такой допускъ ведетъ къ погрѣшности; для опредѣленія величины ея раскладываютъ tg 2α въ строку и, при нѣсколько большемъ α, принимаютъ во вниманіе поправочный членъ.

и 3) Геліостатъ

Отраженіе отъ плоскихъ зеркалъ примѣняется еще въ приборахъ, называемыхъ геліостатами. Такіе приборы служатъ для направленія солнечнаго свѣта и удержанія его все время въ одномъ направленіи.

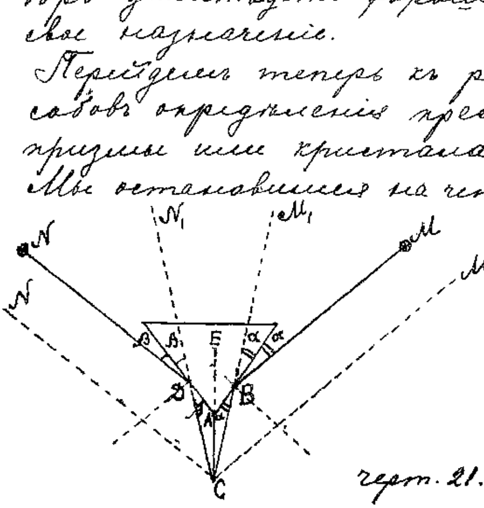
Существуетъ очень много образцовъ геліостатовъ, всѣ они очень сложны и бываютъ съ однимъ и двумя зеркалами; приборы съ однимъ зеркаломъ вообще сложны.

Для установки геліостата Гамбея надо: а) установить ось прибора по направленію оси міра, т. е. поставить ее по меридіану и на извѣстную широту; в) по кругу склоненія установить приборъ на солнце, т. е. на то-же склоненіе, какое и у солнца; с) Для того чтобы приборъ могъ продолжительное время слѣдить за солнцемъ,

имѣется часовой механизмъ, который надо установить на часовой уголъ солнца. Не смотря на всю свою сложность приборъ дѣйствуетъ хорошо и выполняетъ свое назначеніе.

Перейдемъ теперь къ разсмотрѣнію способовъ опредѣленія преломляющаго угла призмы или кристалла.

Мы остановимся на четырехъ способахъ.



черт. 21.

<u>1 Способъ</u> довольно сложенъ при производствѣ наблюденій въ комнатѣ, но очень удобенъ на открытомъ воздухѣ, когда можно выбрать достаточно удаленные предметы.

Положимъ, желаемъ знать преломляющій уголъ <u>A</u> призмы или кристалла (черт 21) и имѣемъ трубу, двигающуюся по кругу съ дѣленіями. Пусть <u>M</u> и <u>N</u> будутъ два очень удаленные предмета.

Ставимъ призму такъ, чтобы въ правой грани <u>AB</u> получить изображеніе предмета <u>M</u>, а въ лѣвой грани <u>AD</u> — изображеніе предмета N. Тогда будемъ имѣть:

$$\text{уголъ } A = EAB + EAD$$

но изъ треугольника ABC имѣемъ:

$$\angle EAB = \angle ACB + \angle ABC.$$

изъ треугольника ADC имѣемъ:

$$\angle EAD = \angle ACD + \angle ADC$$

сложивъ почленно, получимъ

$$\angle EAB + \angle EAD = \angle A = \angle ACB + \angle ABC + \angle ACD + \angle ADC$$

$$\text{или } \angle A = \angle BCD + \alpha + \beta$$

Для опредѣленія угла <u>BCD</u> наводятъ трубу

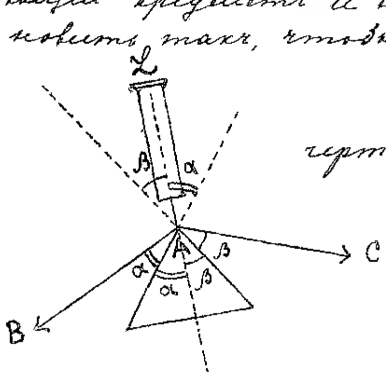
сначала на направленіе BeM, (изображеніе предмета M), затѣмъ на направленіе DN, (изображеніе предмета N); разность отсчетовъ по кругу при наведеніи трубы и даетъ уголъ DCB

Для опредѣленія угла α наводятъ трубу сначала на направленіе BeM, (изображеніе предмета M), затѣмъ трубу наводятъ на направленіе CeM, т.е. на самый предметъ M (Если предметъ достаточно удаленъ, то BeM и CeM можно считать параллельными); разность отсчетовъ по кругу даетъ уголъ 2α.

Точно также поступаютъ и для опредѣленія угла 2β.

2 Способъ — очень удобный при лабораторныхъ работахъ

Въ спектрометрѣ устанавливаютъ коллиматоръ и трубу на безконечность. Это очень удобно сдѣлать, если труба снабжена Гауссовскимъ окуляромъ. Для этого надо навести трубу на какой-нибудь отражающій предметъ и нити окуляра установить такъ, чтобы они были видны одинаково отчетливо, какъ непосредственно, такъ и отраженныя, вѣрнѣе, чтобы при перемѣщеніи глаза не было замѣтно параллакса. Когда труба и коллиматоръ установлены на безконечность, передъ коллиматоромъ L (черт 22) ставятъ призму, преломляющій уголъ которой A установ-



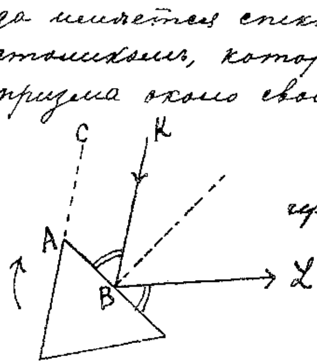
черт. 22.

опредѣлить въ томъ положеніи, какъ показано на черт. 22, т.е такъ, что на правую и лѣвую грань призмы направленъ пучекъ параллельныхъ лучей.

Затѣмъ ищутъ трубой отраженное изображеніе щели коллиматора отъ правой грани; положимъ, это будетъ направленіе AC, и отраженное изображеніе щели коллиматора отъ лѣвой грани, которое положимъ будетъ направленіе AB.

Разность отсчетовъ трубы между направленіями AB и AC дастъ уголъ $2\alpha+2\beta$, а преломляющій уголъ призмы будетъ равенъ $\alpha+\beta$, что ясно изъ чертежа.

3 способъ — очень удобенъ въ томъ случаѣ, когда имѣется спектрометръ съ подвижнымъ столикомъ, которымъ и вращается вся призма около своей оси.



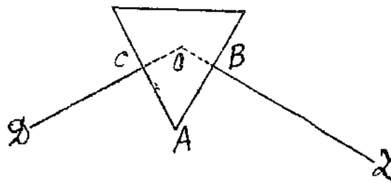
черт. 23.

Ставятъ призму, уголъ преломленія которой A желаютъ опредѣлить, передъ коллиматоромъ K (черт 23) и затѣмъ ищутъ трубой отраженное изображеніе щели коллиматора отъ правой грани призмы; положимъ это направленіе BL.

Затѣмъ, оставивъ въ томъ-же положеніи коллиматоръ и трубу, поворачиваютъ призму лѣвой гранью къ коллиматору до тѣхъ поръ, пока отраженіе щели не попадетъ опять въ трубу; очевидно, что для этого надо повернуть призму на уголъ CAB, т.е. на $180°-A$; зная уголъ, на который придется повернуть призму, узнаемъ отсюда и уголъ A.

4ый способъ — пользуются имъ, когда труба снабжена Гауссовскимъ окуляромъ.

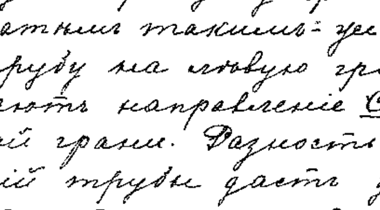
черт. 24.



Наводятъ трубу на правую грань призмы такъ, чтобы видѣть и прямовидимое и отраженное изображеніе нитей; тогда оптическая ось трубы BL (черт. 24) будетъ перпендикулярна къ грани призмы. Затѣмъ такимъ-же образомъ наводятъ трубу на лѣвую грань призмы, получаютъ направленіе CD, нормальн къ лѣвой грани. Разность отсчетовъ положеній трубы даетъ уголъ COB; но ясно, что этотъ уголъ есть дополненіе до 180° угла A, который такимъ образомъ и можетъ быть опредѣленъ.

Отраженіе отъ кривыхъ поверхностей.

черт. 25.

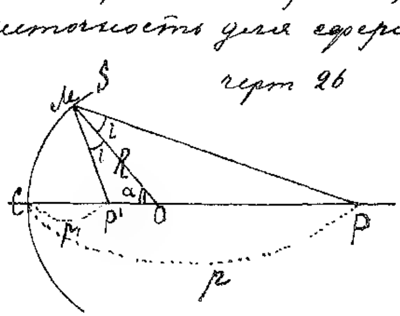


Если имѣемъ какую-нибудь кривую поверхность S (черт. 25), то лучи отъ какой-нибудь точки L послѣ отраженія отъ поверхности не соберутся, вообще говоря, всѣ въ одной точкѣ, но можно для каждой точки L найти такую поверхность, что всѣ отраженные лучи пройдутъ черезъ одну точку; такая поверхность называется апланетической.

Для сферической поверхности можно считать, что всѣ лучи послѣ отраженія

проходятъ чрезъ одну точку, но это не точно; посмотримъ, какъ велика эта неточность для сферическихъ поверхностей.

черт 26



Положимъ, мы имѣемъ сферическое вогнутое зеркало S (чер. 26) центръ котораго въ O, радіусъ OM = R и положимъ, мы получили въ точкѣ P' изображеніе точки P.

Пусть разстоянія точекъ P и P' отъ вершины зеркала C будутъ p и p_1

Изъ треугольника OMP' имѣемъ:

$$\frac{OP'}{R} = \frac{\sin i}{\sin(\alpha+i)}$$

Изъ треугольника OMP имѣемъ:

$$\frac{OP}{R} = \frac{\sin i}{\sin i(\alpha-i)}$$

раздѣляя почленно эти равенства одно на другое получимъ:

$$\frac{OP'}{OP} = \frac{\sin(\alpha-i)}{\sin(\alpha+i)}$$

вычтемъ изъ обѣихъ частей равенства по единицѣ, получимъ:

$$\frac{OP'}{OP} - 1 = \frac{\sin\alpha\cos i - \cos\alpha\sin i}{\sin\alpha\cos i + \cos\alpha\sin i} - 1$$

$$= -\frac{2\sin i\cos\alpha}{\sin(\alpha+i)}$$

но мы можемъ замѣнить $\frac{\sin i}{\sin(\alpha+i)}$ чрезъ $\frac{OP'}{R}$, тогда получимъ

$$\frac{OP'}{OP} - 1 = -\frac{2\cos\alpha\, OP'}{R}$$

раздѣлимъ обѣ части на OP', будемъ имѣть:

$$\frac{1}{OP} - \frac{1}{OP'} = -\frac{2\cos\alpha}{R} \text{ или.}$$

$$\frac{1}{OP'} = \frac{1}{OP} + \frac{2\cos\alpha}{R} \dots\dots (1)$$

Эта формула уже вполнѣ строгая.

Если α мало, то мы $\cos\alpha$ можемъ разложить въ рядъ и ограничиться первыми двумя членами разложенія, а именно $1 - \frac{\alpha^2}{2}$, ибо третій членъ будетъ уже малая величина четвертаго порядка. Тогда получимъ:

$$\frac{1}{OP'} = \frac{1}{OP} + \frac{2\left(1-\frac{\alpha^2}{2}\right)}{R} \dots\dots (2)$$

въ такомъ видѣ и пользуются формулой для вычисленія сферической абберацiи. Если мы пренебрежемъ въ этой формулѣ и вторымъ членомъ ряда $\frac{\alpha^2}{2}$, то получимъ извѣстную формулу, которая дается въ элементарныхъ курсахъ физики. Въ самомъ дѣлѣ, получимъ.

$$\frac{1}{OP'} = \frac{1}{OP} + \frac{2}{R}.$$

и если мы будемъ выражать разстояніе точки и ея изображенія величинами, считаемыми отъ вершины зеркала C, то $OP = p - R$ и $OP' = R - p'$, а тогда формула напишется:

$$\frac{1}{R-p'} = \frac{1}{p-R} + \frac{2}{R}, \text{ отсюда находимъ}$$

$$0 = pR + p'R - 2pp' \text{ или}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{F} \dots\dots (3)$$

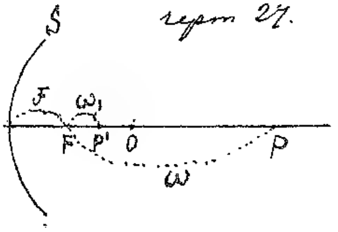
гдѣ $F = \frac{R}{2}$, т.е. мы и получили извѣстную формулу элементарной физики.

Извѣстно, что простота формулъ въ значительной степени зависитъ отъ того, на сколько удачно выбрано начало, отъ котораго считаютъ величины (рѣзче все это сказывается въ ана-

литической геометріи), и формулу (3) можно еще болѣе упростить и привести ее къ такому виду, въ которомъ вычислять по ней гораздо удобнѣе; эта формула, приведенная къ самому простому виду, будетъ формула Ньютона.

Измѣнимъ начало счета разстояній и будемъ считать ихъ отъ нѣкоторой другой точки, а не отъ вершины и не отъ центра зеркала, какъ мы дѣлали до сихъ поръ. Будемъ считать разстоянія отъ главнаго фокуса зеркала.

черт. 27.



Положимъ, имѣемъ вогнутое зеркало SS' (черт. 27), O его центръ, F его главный фокусъ. Пусть точка P' есть изображеніе точки P. Будемъ считать разстоянія отъ точки F съ плюсомъ вправо и съ минусомъ влѣво отъ нея. Тогда предыдущія обозначенія p и p' намъ придется замѣнить:

$$p = \omega + F$$
$$p' = \omega_1 + F$$
$$\text{и} \quad R = 2F.$$

Приведя формулу (3) къ одному знаменателю, найдемъ:

$$p'F + pF = pp'$$

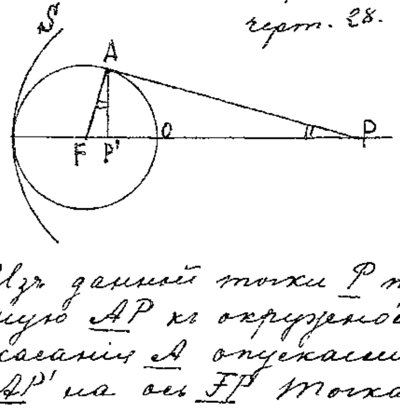
подставляя сюда значенія p и p', только что выведенныя нами, найдемъ послѣ сокращеній:

$$F^2 = \omega\omega_1 \ldots\ldots (4)$$

т. е. мы получимъ самую простую формулу, удобную еще и тѣмъ, что по ней

сразу видно, гдѣ получается изобра-
женіе.
Формула эта допускаетъ простое гео-
метрическое построеніе, основанное на
свойствахъ гармоническихъ точекъ.
Положимъ, имѣемъ зеркало S (черт. 28) съ
центромъ O и главнымъ фокусомъ F;
желаемъ построить изображеніе точки
P по формулѣ Ньютона.

черт. 28.



Для этого изъ F, какъ центра, радіусомъ равнымъ OF, описываемъ окружность.
Изъ данной точки P проводимъ касатель-
ную AP къ окружности, и изъ точки
касанія A опускаемъ перпендикуляръ
AP' на ось FP. Точка P' и будетъ изобра-
женіе точки P.
Въ самомъ дѣлѣ: прямоугольный тре-
угольникъ FAP' подобенъ прямоугольно-
му треугольнику FAP, ибо, по перпендику-
лярности сторонъ, острые ихъ углы равны;
изъ этого подобія мы имѣемъ:

$$\frac{FP'}{FA} = \frac{FA}{FP} \text{ или } FP' . FP = \overline{FA}^2$$

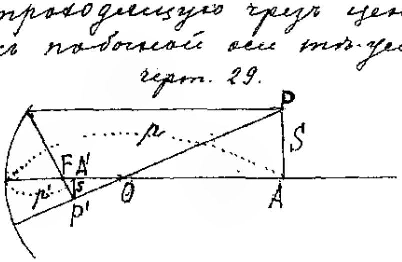
а это и есть формула Ньютона

$$\omega . \omega' = F^2$$

Перейдемъ теперь къ разсмотрѣнію от-
ношенія между величиною предмета и
величиною изображенія.
Для построенія изображенія предмета
будемъ еще разсматривать кромѣ глав-
ной оси и побочную ось, т.е. линію ма-
ло удаленную отъ вершины зеркала и

проходящую чрезъ центръ его. Приложимъ къ побочной оси тѣ-же разсужденія, что

черт. 29.



и къ главной, и тогда по извѣстнымъ уже пріемамъ построимъ изображеніе предмета; пусть на черт. 29 A'P' будетъ изображеніе AP

Назовемъ величину предмета $AP=S$ и его изображенія $A'P'=s$ изъ подобія треугольниковъ $OA'P'$ и OAP имѣемъ:

$$\frac{s}{S}=\frac{OA'}{OA}=\frac{R-p'}{p-R}$$

гдѣ $\underline{R}$ есть радіусъ зеркала а $\underline{p}$ и $\underline{p}'$ разстоянія предмета и изображенія, считаемыя отъ вершины зеркала.

Въ этомъ видѣ формула неудобна для вычисленій, и ее можно преобразовать, исключивъ $\underline{R}$. Умножимъ числителя и знаменателя правой части на 2 и раздѣлимъ на $\underline{R}$, получимъ:

$$\frac{s}{S}=\frac{2-\frac{2}{R}p'}{\frac{2}{R}p-2}$$

принимая во вниманіе формулу

$$(3)\cdots\cdots\frac{2}{R}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$$

получимъ:

$$\frac{s}{S}=\frac{2-\frac{p'}{p}-1}{1+\frac{p}{p'}-2}=\frac{1-\frac{p'}{p}}{\frac{p}{p'}-1}$$

Приводя числителя и знаменателя правой части къ одному знаменателю, получимъ окончательно:

$$\frac{s}{S}=\frac{\frac{p-p'}{p}}{\frac{p-p'}{p'}}=\frac{p'}{p}$$

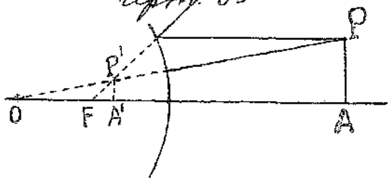
Такъ какъ изображеніе получается обратное, то полезно поставить передъ дробью въ правой части знакъ минусъ, понимая его, какъ символъ обратнаго изображенія. Тогда окончательно получимъ.

$$\frac{s}{S} = -\frac{p'}{p} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

Выведенныя формулы 1, 2, 3, 4 и 5 даютъ возможность рѣшать всѣ задачи о нахожденіи изображеній въ вогнутыхъ зеркалахъ. Главнѣйшія изъ нихъ суть: 3 и 5, и ими можно обойтись почти во всѣхъ случаяхъ.

Теорія выпуклыхъ зеркалъ можетъ быть получена изъ теоріи вогнутыхъ зеркалъ подставляя вездѣ вмѣсто (R) величину (−R). Замѣтимъ, что въ выпуклыхъ зеркалахъ получается вообще

черт. 30



изображеніе прямое, мнимое, т.е. лучи, дающіе изображеніе предмета въ выпукломъ зеркалѣ въ дѣйствительности не пересѣкутся. (черт. 30.)

Отношеніе величины предмета къ величинѣ изображенія получится по совершенно той-же формулѣ, что и для вогнутаго зеркала.

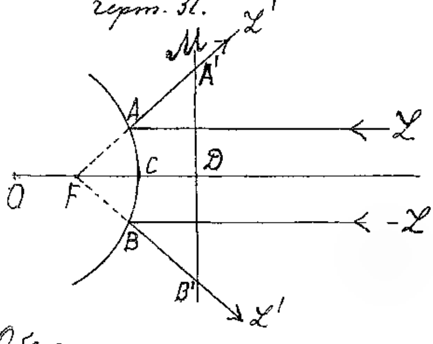
Перейдемъ теперь къ разсмотрѣнію способовъ опредѣленія радіуса сферическихъ зеркалъ.

Для вогнутыхъ зеркалъ пріемы для опредѣленія радіуса кривизны вытекаютъ изъ формулы (3)

1) Вогнутое зеркало обращаютъ отверстіемъ

къ солнцу, т. е. дѣлаютъ $p=\infty$ и ищутъ изображеніе солнца; измѣривъ p' найдемъ и R, ибо ясно, что при $p=\infty$ $p'=\frac{R}{2}$
2) Берутъ какой-нибудь искусственный источникъ свѣта и перемѣщаютъ его по линіи главной оси зеркала до тѣхъ поръ, пока самъ свѣтящійся центръ не совпадетъ съ своимъ изображеніемъ; тогда $p=p'$ т. е. источникъ свѣта находится въ центрѣ зеркала, т. к. $p=p'=R$
3) Задаемся какимъ нибудь p и затѣмъ, найдя изображеніе предмета, измѣряемъ p', а затѣмъ вычисленіемъ по формулѣ (3) опредѣлимъ F и R.
Для выпуклыхъ зеркалъ при маломъ отверстіи зеркала можно пользоваться слѣдующими пріемами.

черт. 31.

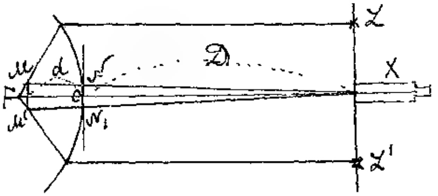


1) Зачернимъ все зеркало и оставимъ открытымъ только небольшой кружокъ радіуса AC (черт. 31) или двѣ точки A и B. равно удаленныя отъ вершины C
Обращаемъ зеркало къ солнцу, или вообще къ пучку параллельныхъ лучей L; лучи, отразившись отъ зеркала, пойдутъ по направленіямъ L' и дадутъ мнимое изображеніе въ главномъ фокусѣ F.
Поставимъ на пути отраженныхъ лучей экранъ M такъ, чтобы разстояніе $A'B'$ между изображеніями точекъ A и B равнялось $2AB$; тогда, принимая малую дугу AB за прямую, можемъ считать

Δ AFB ∽ Δ AF'B', а отсюда ясно, что CD = F.

2) Для опредѣленія радіуса выпуклаго зеркала еще пользуются слѣдующимъ пріемомъ:

черт. 32.



Въ нѣкоторомъ разстояніи отъ выпуклаго зеркала ставятъ два источника свѣта L и L' (черт 32) по линіи перпендикулярной съ оси зеркала; въ точкѣ X ставятъ зрительную трубу.

Пусть точки M и M' будутъ мнимыя изображенія точекъ L и L'; эти изображенія мы увидимъ, смотря въ зрительную трубу. У вершины зеркала C поставимъ линейку съ дѣленіями и, смотря въ трубу, увидимъ на какихъ дѣленіяхъ линейки будутъ проектироваться точки M и M'; положимъ это будутъ точки N и N'.

Назовемъ длину LL' черезъ S, длину MM' черезъ s, а длину NN' черезъ s'; разстояніе изображенія MM' отъ вершины зеркала черезъ d, а разстояніе самого предмета LL' отъ вершины зеркала черезъ D. На основаніи выведенныхъ формулъ для сферическихъ зеркалъ получимъ:

изъ формулы (3) $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = -\frac{2}{R}$ (*)

изъ формулы (5) $\frac{s}{S} = -\frac{p'}{p} = \frac{d}{D}$ . . . . . (a)

Непосредственно изъ чертежа имѣемъ:

$$\frac{s'}{s} = \frac{D}{D+d} \quad \ldots\ldots\ldots (б)$$

(*) Во второй части поставимъ знакъ минусъ, ибо у выпуклаго зеркала радіусъ мы должны считать отрицательнымъ. Замѣтимъ также, что тутъ $p' = -d$, а $p = D$.

Перемножая равенство (а) на равенство (б) имѣемъ: $\frac{s'}{S} = \frac{d}{D+d}$

Преобразовывая это равенство для исключенія d, получимъ:

$$\frac{s'}{S} = \frac{1}{1+\frac{D}{d}} \quad \ldots\ldots (в)$$

Но изъ формулы (3) имѣемъ $\frac{1}{D} - \frac{1}{d} = -\frac{2}{R}$

Опредѣляемъ отсюда отношеніе $\frac{D}{d}$, оно будетъ: $\frac{D}{d} = 1 + \frac{2D}{R}$

подставляемъ это значеніе $\frac{D}{d}$ въ формулу (в), имѣемъ:

$$\frac{s'}{S} = \frac{1}{2 + \frac{2D}{R}} = \frac{R}{2(R+D)}$$

Опредѣляемъ отсюда радіусъ R.

$$2s'R + 2s'D = SR \text{ или}$$

$$R(S - 2s') = 2s'D$$

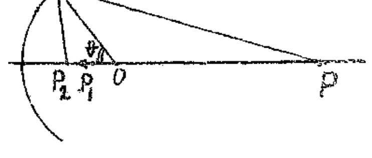
и наконецъ

$$R = \frac{2s'D}{S - 2s'}$$

Такимъ образомъ можно опредѣлить радіусъ выпуклаго зеркала и этимъ пріемомъ мы будемъ пользоваться при работахъ въ лабораторіи. Этотъ пріемъ можно также употребить и для опредѣленія радіуса чечевицы.

Объ абберацiи зеркалъ.

черт 33.



Если возьмемъ лучъ, идущій отъ предмета P весьма близко къ главной оси вогнутаго зеркала, то по извѣстнымъ пра-

вимаемъ получимъ въ P_1 (черт. 33) изображеніе предмета P, и въ формулѣ (2) принимаемъ въ такомъ случаѣ, что уголъ $\alpha = 0$.

Если-же возьмемъ какой-нибудь лучъ, падающій на край зеркала, то отраженный лучъ не пройдетъ чрезъ ту-же точку P_1, а пересѣчетъ главную ось зеркала въ точкѣ P_2.

Величина $P_1P_2 = \lambda$ есть продольная аберрація зеркала. Элементарно считаютъ, что точки P_1 и P_2 совпадаютъ.

Опредѣлимъ величину P_1P_2.

Беремъ формулу (2) и опредѣляемъ OP', имѣемъ:

$$\frac{1}{OP'} = \frac{R + 2.OP - OP\alpha^2}{R.OP}$$

Полагая, что $\alpha = 0$, т.е. что мы беремъ только лучи весьма близкіе къ главной оси зеркала, получаемъ:

$$OP_1 = \frac{R.\ OP}{R + 2OP}$$

Полагая $\alpha = \theta$, т. е. беря лучъ, падающій на край (черт. 33), получаемъ:

$$OP_2 = \frac{R.\ OP}{R + 2OP - OP.\theta^2}$$

вычитая одно равенство изъ другаго, получаемъ величину λ.

$$\lambda = OP_2 - OP_1 = R.\ OP\left[\frac{OP.\ \theta^2}{(R+2.OP)(R+2.OP-OP.\theta^2)}\right]$$

мы опредѣляемъ λ съ точностью до величинъ втораго порядка (θ^2), ибо такъ мы поступили, разложивъ въ рядъ $\cos\alpha$; поэтому мы вполнѣ можемъ пренебречь членомъ $OP.\theta^2$ въ знаменателѣ, т. к. въ числителѣ тоже имѣется θ^2, и этотъ членъ

въ знаменатель по совершеніи умноженія далъ бы намъ величины 4го и высшихъ порядковъ; посему можемъ написать:

$$\lambda = R.\,OP.\,\frac{OP.\,\theta^2}{(R+2.\,OP)^2}$$

Подставляя сюда вмѣсто OP величину $p-R$ найдемъ, что $R+2.OP=2p-R$ и будемъ имѣть:

$$\lambda = R\,\frac{(p-R)^2}{(2p-R)^2}\cdot\theta^2 \;\ldots\ldots\; (6)$$

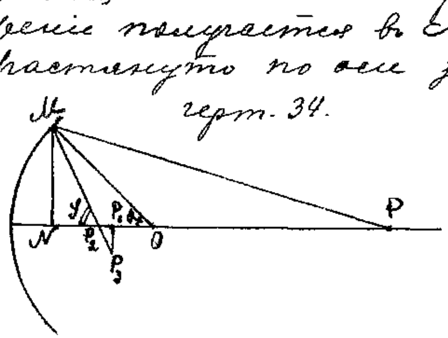
Видимъ, что продольная абберація пропорціональна θ^2, но т. к. вообще у сферическихъ зеркалъ отверстіе дѣлается очень небольшимъ, то уголъ θ не можетъ быть великъ, и абберація тоже мала. Затѣмъ видимъ, что абберація зависитъ отъ радіуса R и отъ разстоянія p. Можно найти величину λ при $p=\infty$. Тогда въ предѣлѣ найдемъ.

$$\text{при } p=\infty,\quad \lambda_\infty = \frac{1}{4}R\theta^2$$

Формула (6) говоритъ, что $\lambda=0$, когда $p=R$, что и вполнѣ понятно — абберацiи нѣтъ, когда предметъ въ центрѣ зеркала.

Если знаменатель $2p-R=0$ или $p=\frac{R}{2}$, то $\lambda=\infty$, т. е. если предметъ находится въ главномъ фокусѣ, то изображеніе получается въ ∞, т. е. какъ бы растянуто по оси зеркала.

черт. 34.



Если продолжимъ лучъ, дающій точку P_2 (черт. 34) то на экранѣ въ фокальной плоскости

получимъ кружокъ радіуса P_1P_3. Величина этого радіуса P_1P_3 есть <u>поперечная аберрація</u>. Опредѣлимъ ее:

$$P_1P_3 = \gamma = \lambda\, tg\,\varphi \quad \ldots\ldots (г)$$

но $tg\,\varphi = \frac{MN}{NP_2} = \frac{R.\sin\theta}{R\cos\theta - OP_2}$

Для опредѣленія γ придется умножить $tg\,\varphi$ на λ, т.е. на величину второго порядка, значитъ тангенсъ намъ достаточно будетъ знать приближенно. Поставимъ въ выраженіе тангенса φ вмѣсто $\sin\theta$ просто θ, а вмѣсто $\cos\theta$ прямо единицу, — получимъ.

$$tg\,\varphi = \frac{R.\theta}{R - OP_2}$$

Но величина OP_2 только что нами была выведена; она ровна $\frac{R.OP}{R+2.OP}$, если пренебречь членами, содержащими θ^2. Подставляя эту величину OP_2 въ выраженіе тангенса φ имѣемъ:

$$tg\,\varphi = \frac{R.\theta}{R - \frac{R.OP}{R+2.OP}} \text{ или}$$

$$tg\,\varphi = \frac{\theta(R+2.OP)}{R+2.OP-OP} = \frac{R+2.OP}{R+OP}.\theta$$

но $R+2.OP = 2p-R$ и $R+OP=p$.

значитъ $tg\,\varphi = \frac{2p-R}{p}.\theta$.

подставляя это в выраженіе (г) и вводя въ него выведенную величину для λ, получимъ:

$$\gamma = R.\frac{(p-R)^2}{(2p-R)^2}.\theta^2\,\frac{2p-R}{p}.\theta \text{ или}$$

$$\gamma = R \cdot \frac{(p-R)^2}{p(2p-R)} \cdot \theta^3$$

т. е. при маломъ углѣ θ величина γ будетъ уже величиною третьяго порядка; мы видимъ, что λ въ тѣхъ-же условіяхъ будетъ величиною 2-го порядка.

При $p = \infty$ найдемъ предѣльную величину γ. Она будетъ.

$$\gamma_\infty = \frac{R}{2} \cdot \theta^3$$

Попробуемъ оцѣнить этотъ радіусъ при очень большомъ отверстіи зеркала, положимъ 10° (значитъ полное отверстіе зеркала 20°) и при радіусѣ зеркала равномъ, напр., 30 сант.

Какъ великъ будетъ радіусъ поперечной абберацiи?

Въ данномъ случаѣ уголъ θ будетъ приблизительно $\frac{1}{6}$ (десять градусовъ), и мы получимъ:

$$\gamma_\infty = \frac{1}{6^3} \cdot \frac{30}{2} = \frac{1}{216} \cdot \frac{30}{2} = \frac{30}{432}$$

$$= \frac{1}{14,4} = 0,07 \text{ сант.} = 0,7 \text{ mm.}$$

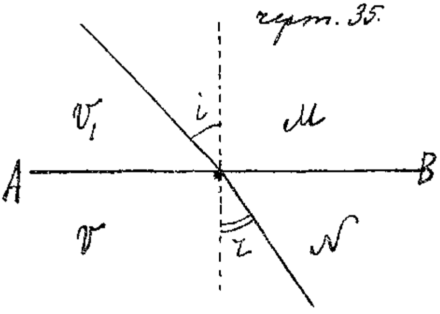
Мы видимъ, что даже при такихъ невыгодныхъ условіяхъ радіусъ поперечной абберацiи очень маленькій.

Преломленіе свѣта.

Разсмотримъ сначала преломленіе въ плоскихъ поверхностяхъ.

Положимъ свѣтъ проходитъ изъ среды M (черт. 35) въ среду N, раздѣленныхъ плоскостью AB.

черт. 35.



Пусть показатель преломленія (абсолютный) среды M будетъ $n_1 = \frac{V_0}{V_1}$ (гдѣ V_1 есть скорость свѣта въ средѣ M), а для среды N будетъ $n = \frac{V_0}{V}$, (гдѣ V есть скорость свѣта въ средѣ N).

Пусть $V_1 > V$.

По закону преломленія мы получимъ:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V}$$

но отношеніе $\frac{V_1}{V} = \frac{n}{n_1} = \mu$

гдѣ μ будетъ представлять относительный показатель преломленія. Извѣстно уже, что абсолютный показатель преломленія можетъ быть полученъ изъ относительнаго по равенству

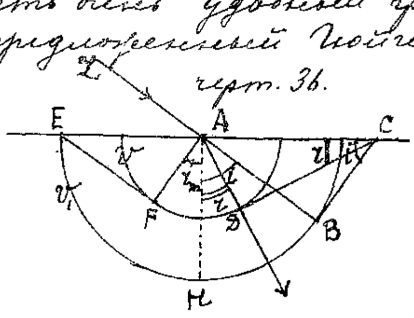
$$n = \mu n_1,$$

Формулу, выражающую законъ преломленія можемъ теперь написать въ болѣе удобномъ видѣ, а именно:

$$n_1 \sin i = n \sin r.$$

Для нахожденія преломленнаго луча есть очень удобный графическій пріемъ, предложенный Гюйгенсомъ

черт. 36.



Положимъ LA есть лучъ, падающій на раздѣляющую поверхность EC (черт 36) двухъ срединъ,

требуется найти направленіе преломленнаго луча во второй средѣ, когда заданы скорости свѣта V_1 и V въ обѣихъ срединахъ.

Изъ точки A какъ центра, радіусами V_1 и V описываемъ полуокружности въ той средѣ, въ которой ищемъ направленіе луча. Продолжаемъ лучъ LA до B, пересѣченія его съ окружностью V_1. Черезъ точку B проводимъ касательную BC къ кругу V_1; изъ точки C ведемъ касательную CD къ кругу радіуса V. AD и будетъ направленіе преломленнаго луча. Въ самомъ дѣлѣ легко убѣдиться, что $\angle ACB = \angle BAH = i$ (углу паденія), а $\angle ACD = \angle DAH = r$ (углу преломленія)

Изъ прямоугольнаго треугольника ACB имѣемъ:

$$AB = V_1 = AC \sin i.$$

Изъ прямоугольнаго треугольника ACD имѣемъ:

$$AD = V = AC \sin r$$

Раздѣливъ почленно одно равенство на другое, получимъ законъ преломленія:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V}$$

т. е. это значитъ, что сдѣланное нами построеніе совершенно вѣрно.

Обратно, также легко найти направленіе выходящаго луча, когда дано направленіе преломленнаго.

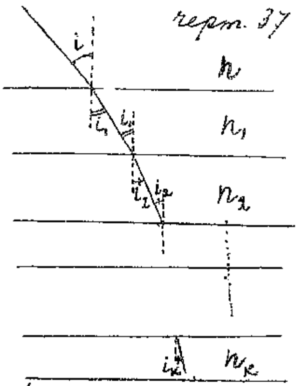
Положимъ, намъ заданъ лучъ DA и требуется найти направленіе LA. Проводимъ касательную CD къ кругу V черезъ точку D. Изъ точки C ведемъ касательную CB къ кругу V_1 и, соединивши

точку B съ A, получимъ направленіе LA.

Легко видѣть изъ самого чертежа, что обратная задача возможна не всегда, т. е. не всякій лучъ изъ нижней среды выйдетъ въ верхнюю. Дѣйствительно, если, проведя касательную CD, мы найдемъ, что точка C (пересѣченіе касательной съ раздѣляющей поверхностью) упадетъ гдѣ-нибудь между кругами, то изъ этой точки нельзя уже будетъ провести касательную къ внѣшнему кругу, въ такомъ случаѣ лучъ не преломится у раздѣляющей поверхности, а отразится отъ нея, и получится явленіе полнаго внутренняго отраженія. Очевидно, что точка C можетъ упасть между кругами только въ томъ случаѣ, когда уголъ r достаточно великъ и превзойдетъ нѣкоторый предѣльный уголъ. Опредѣлить этотъ предѣльный уголъ, т. е. уголъ при которомъ лучъ еще выйдетъ въ верхнюю среду, — легко. Предѣльное положеніе точки C снаружи обоихъ круговъ есть точка E на внѣшнемъ кругѣ, и если мы изъ этой точки проведемъ касательную EF къ внутреннему кругу, то уголъ FAH и будетъ предѣльнымъ угломъ r_m для выхода луча въ верхнюю среду, и въ этомъ случаѣ лучъ скользнетъ по раздѣляющей поверхности.

Разсмотримъ теперь преломленіе въ рядѣ параллельныхъ срединъ.

Положимъ, мы имѣемъ рядъ срединъ, ограниченныхъ параллельными плоскостями (черт. 37) и пусть $n, n_1, n_2 \ldots\ldots n_k$ будутъ ихъ абсолютные показатели



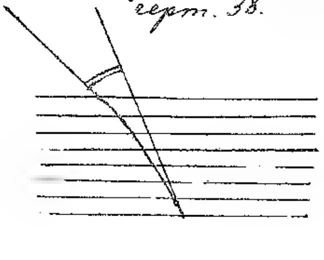
черт. 37

преломленія, а $i, i_1, i_2 \ldots\ldots i_k$ послѣдовательные углы паденія луча въ каждой срединѣ; замѣтимъ, что уголъ паденія луча въ какой-нибудь срединѣ будетъ равенъ углу его преломленія въ той-же срединѣ, что впрочемъ, ясно видно и на чертежѣ.

По закону преломленія будемъ имѣть:

$$n \sin i = n_1 \sin i_1$$
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$
$$n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$n_{k-1} \sin i_{k-1} = n_k \sin i_k$$

Перемножимъ всѣ эти уравненія, замѣтимъ, что въ срединахъ правыя и лѣвыя части сократятся, и мы окончательно получимъ $n \sin i = n_k \sin i_k$, т. е. направленіе луча въ послѣдней срединѣ будетъ такое, какъ будто лучъ прямо изъ первой среды попалъ въ послѣднюю, и оно не зависитъ отъ промежуточныхъ слоевъ. Выводъ этотъ очень важенъ для астрономической рефракціи.


черт. 38.

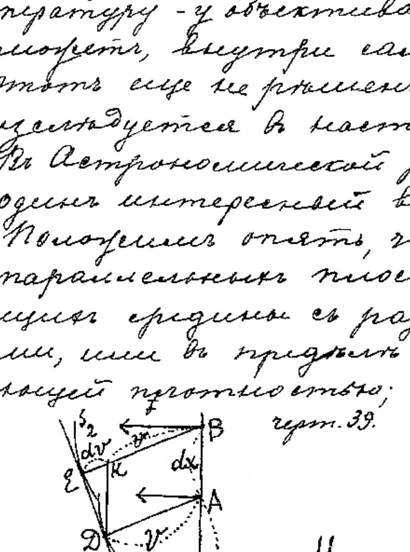
Въ вопросѣ объ астрономической рефракціи, въ первомъ приближеніи можно считать, что имѣемъ рядъ параллельныхъ плоскостей (черт. 38.), а тогда, происходящее искривленіе луча или рефракцію, по сдѣланному сейчасъ выше

выводу, можно считать совершенно независящей отъ закона измѣненія плотностей, а лишь только отъ n_k у конца трубы.

n_k зависитъ отъ температуры, отъ высоты барометра и т.д., но тутъ является еще одинъ вопросъ: какую надо брать температуру — у объектива, у окуляра, или, быть можетъ, внутри самой трубы? Вопросъ этотъ еще не рѣшенъ окончательно и изслѣдуется въ настоящее время.

Въ Астрономической рефракціи есть еще одинъ интересный вопросъ.

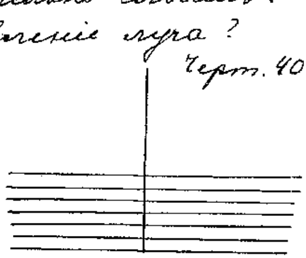
Положимъ опять, что имѣемъ рядъ параллельныхъ плоскостей, раздѣляющихъ средины съ разными плотностями, или въ предѣлѣ — средину съ убывающей плотностью; пусть эта средина M (черт. 39), а линія OZ представляетъ собою поверхность земли.



черт. 39.

Скорость свѣта въ какой-нибудь точкѣ A, удаленной отъ поверхности земли на x, можетъ считаться въ такомъ случаѣ нѣкоторою функціею этого x. т.е. $v=f(x)$ Пусть въ точкѣ A скорость свѣта будетъ v, а въ точкѣ B она будетъ $v+dv$. Мы знаемъ, что когда лучъ падаетъ нормально, то никакого искривленія нѣтъ; когда лучъ падаетъ наклонно — получается искривленіе луча,

но что будетъ, если лучъ пойдетъ параллельно слоямъ? — будетъ ли тогда искривленіе луча?



Черт. 40

Для рѣшенія этого вопроса вспомнимъ принципъ Гюйгенса: лучъ можетъ быть замѣненъ волной ему перпендикулярной, а эта волна будетъ двигаться въ средахъ различной плотности, внизу иначе, чѣмъ вверху; поэтому поверхность волны загнется, и лучъ искривится.

Для нахожденія направленія этого искривленнаго луча, надо изъ точки A (чер. 39) описать сферу S_1 радіусомъ V, а изъ точки B сферу S_2 радіусомъ $V+dv$, провести къ этимъ сферамъ огибающую поверхность, которая и представитъ поверхность волны. Величина CA есть радіусъ кривизны луча, назовемъ его черезъ R.

Изъ чертежа имѣемъ:

$$v = R.\alpha$$

Если изъ точки D проведемъ прямую DK параллельно AB, то DK будетъ равна $AB = dx$, а EK будетъ равно dv, и мы найдемъ, что

$$dv = dx.\alpha.$$

Раздѣливъ эти равенства, получимъ:

$$\frac{dv}{v} = \frac{dx}{R}$$

Введемъ теперь показатель преломленія. Мы знаемъ, что $n = \frac{V_0}{v}$, откуда $v = \frac{V_0}{n}$; логарифмируемъ это выраженіе, находимъ:

$$\lg v = \lg V_0 - \lg n$$

Теперь дифференцируемъ его.

$$\frac{dv}{v} = -\frac{dn}{n}$$

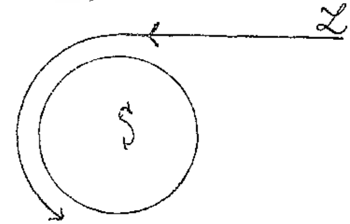
ибо $\lg v_0$ есть постоянная величина.
Но мы уже имѣли, что $\frac{dv}{v} = \frac{dx}{R}$,
а значитъ и $\frac{dx}{R} = -\frac{dn}{n}$ . . . . . (6)

Обозначимъ $-\frac{dn}{dx}$ черезъ n' (n есть функція отъ x); тогда предыдущее равенство можетъ быть написано такъ:

$$\frac{1}{R} = \frac{n'}{n} \text{ или } R = \frac{n}{n'}$$

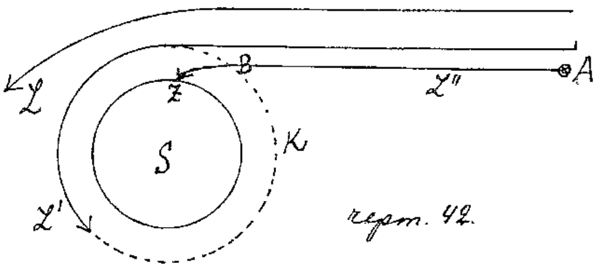
Итакъ, если имѣемъ среду съ убывающей плотностью, лучъ непремѣнно искривится, идя по параллельнымъ слоямъ; радіусъ кривизны луча мы опредѣлили очень просто — онъ равенъ $\frac{n}{n'}$. Заключеніе это очень важно при наблюденіи діаметра солнца

черт 41.



Представимъ себѣ свѣтило S (черт. 41), окруженное атмосферою съ убывающей кверху плотностью, и лучъ L, въ нее поступающій и мѣняющій свое направленіе. Представимъ себѣ, что лучъ поступаетъ въ атмосферу свѣтила какъ разъ такъ, что радіусъ кривизны луча равенъ радіусу самого свѣтила; въ такомъ случаѣ, лучъ обогнетъ свѣтило, и мы могли бы увидѣть, что дѣлается сзади насъ; практически это конечно несущественно, но вотъ что, весьма вѣроятно, происходитъ при наблюденіяхъ діаметра солнца:
Положимъ, что мы дѣйствительно

нашли такую сферу, что свѣтовой лучъ, попадая въ нее, обѣгаетъ свѣтило; назовемъ такую сферу критическою.



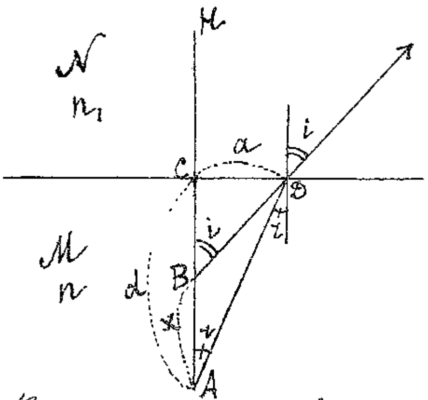
черт. 42.

Пусть сфера K (чер. 42) будетъ критическою сферою свѣтила S и пусть лучъ L' огибаетъ свѣтило. Положимъ, что всѣ лучи L, которые пройдутъ выше луча L', будутъ имѣть радіусъ кривизны большій, нежели радіусъ кривизны луча L', и они пройдутъ мимо свѣтила, искривившись, но не огибая его; лучи, которые пойдутъ ниже луча L', искривятся больше него и встрѣтятъ свѣтило, хотя, идя прямо, они и не должны были бы встрѣтить его. Такъ, напримѣръ, лучъ L'', идя по прямой линіи, не долженъ былъ бы встрѣтить свѣтило S, но вслѣдствіе того, что часть его BZ искривится, онъ встрѣтитъ точку Z свѣтила, и если въ A помѣстить глазъ, то намъ покажется, что мы видимъ точку Z свѣтила по направленію BA.

Тоже случится и со всѣми другими лучами, попавшими въ критическую сферу, — всѣ они встрѣтятъ свѣтило, и только лучъ касательный къ критической сферѣ обогнетъ свѣтило, а не встрѣтитъ его. Такимъ образомъ глазъ, помѣщенный въ A, увидитъ не свѣтило, а всю критическую сферу. Весьма возможно, что всѣ наши наблюденія и заключенія

о солнечныхъ діаметрахъ есть оптическій обманъ.

черт 43.



Перейдемъ теперь къ слѣдующему явленію. Извѣстно, что тѣло, находящееся въ болѣе плотной срединѣ, чѣмъ наблюдатель, кажется ему приподнятымъ. Опредѣлимъ (~~высоту~~) величину поднятія.

Положимъ, что въ средѣ M, абсолютный показатель преломленія которой n, находится точка A, въ разстояніи d отъ раздѣляющей поверхности; для наблюдателя, находящагося въ средѣ N, абсолютный показатель преломленія которой $n_1 < n$, точка A покажется приподнятымъ и удаленнымъ отъ поверхности на величину меньшую d. Въ самомъ дѣлѣ, какой-нибудь лучъ AD, отъ предмета A преломится въ точкѣ D и выйдетъ въ среду N, удалившись отъ перпендикуляра такъ, что наблюдателю предметъ покажется находящимся въ точкѣ B. Опредѣлимъ величину приподнятія $AB = x$, предполагая, что беремъ лучи очень близкіе къ перпендикуляру CH, т.е. что углы r и i очень малы.

Изъ прямоугольныхъ треугольниковъ ACD и BCD имѣемъ:

$$a = d\,tg\,r = (d-x)\,tg\,i$$

Такъ какъ углы i и r очень малы, то мы можемъ ихъ tg-сы замѣнить ихъ синусами,

а отношеніе синусовъ этихъ угловъ будетъ равно отношенію $\frac{n}{n_1}$
Тогда формула перепишется.

$$(d-x)\frac{n}{n_1}=d.$$

но $\frac{n}{n_1}=\mu$ есть относительный показатель преломленія, и мы получимъ:

$$\mu d-\mu x=d. \text{ или}$$

$$x=d\left(1-\frac{1}{\mu}\right).$$

Для воды, напримѣръ, $\mu=\frac{4}{3}$, и мы тогда получимъ:

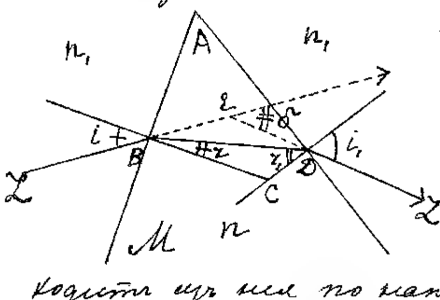
$$x=d\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{d}{4}$$

т.е. въ водѣ предметы покажутся приподнятыми на $\frac{1}{4}$ глубины.
По этой-же причинѣ прямые предметы, выходящіе изъ воды кажутся изломанными въ точкѣ соприкосновенія съ поверхностью воды.

Теорія призмы.

Призма есть тѣло, ограниченное двумя пересѣкающимися плоскостями; линія пересѣченія плоскостей называется ребромъ призмы, ребро призмы перпендикулярно къ ея главному сѣченію

Черт. 44.



Положимъ M есть главное сѣченіе призмы, преломляющій уголъ которой A, и абсолютный показатель преломленія n. Положимъ, на призму падаетъ лучъ LB, который выходитъ изъ нея по направленію DL', опредѣлимъ уголъ δ-полнаго отклоненія луча
По закону преломленія мы имѣемъ:

$$\sin i=\mu\sin r \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

гдѣ $\mu = \frac{n}{n_1}$ есть относительный показатель преломленія призмы.

Имѣемъ также:

$$\sin i_1 = \mu \sin r_1 \quad . \; . \; . \; . \; (2)$$

Изъ треугольника BDC имѣемъ:

$$r + r_1 = 180 - C = A \quad . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

уголъ δ какъ внѣшній уголъ $\triangle EBD$ будетъ

$$\delta = EBD + EDB.$$

но $EBD = i - r$, а $EDB = i_1 - r_1$.

отсюда $\delta = i - r + i_1 - r_1 = i + i_1 - (r + r_1)$

или $\delta = i + i_1 - A$ . . . . . . (4)

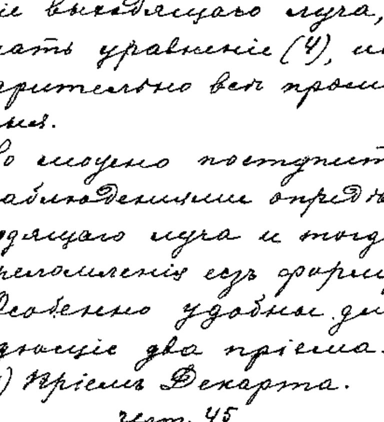
Приведенныя четыре уравненія даютъ возможность рѣшать всѣ вопросы о ходѣ луча. Если надо знать только направленіе выходящаго луча, то надо сразу рѣшать уравненіе (4), исключивъ изъ него предварительно всѣ промежуточныя неизвѣстныя.

Но можно поступить и наоборотъ: можно наблюденіями опредѣлить направленіе выходящаго луча и тогда вывести показатель преломленія изъ формулы (2) или (1).

Особенно удобны для этой задачи слѣдующіе два пріема:

1) Пріемъ Декарта. Заставляютъ падающій лучъ LB (черт. 45) входить нормально къ лѣвой грани призмы AB, что достигается легко при помощи Гаусковскаго окуляра.

черт. 45



Затѣмъ наводятъ трубу сначала на направленіе CE, т.е. прямо на щель коллиматора; потомъ трубу наводятъ на направленіе CD преломленнаго луча; разность отсчетовъ по

кругу дастъ уголъ $\underline{\delta}$. Зная-же углы $\underline{A}$ и $\underline{\delta}$ легко узнаемъ и μ формулы въ этомъ случаѣ напишутся такъ:

$i=0,\ r=0;\ r_1=A;\ i_1=A+\delta.$

и наконецъ $\mu=\frac{\sin(A+\delta)}{\sin A}.$

2) Второй пріемъ основанъ на наблюденіи угла наименьшаго отклоненія луча.

Изъ выведенныхъ формулъ видно, что $\underline{i_1}$ можно выразить черезъ $\underline{i}$, ибо $i_1=f(i)$.
Тогда формула (4) напишется:

$$\delta=i+f(i)-A.$$

При наименьшемъ отклоненіи луча $\underline{\delta}$ будетъ минимумъ, и, значитъ, вопросъ сводится къ нахожденію такого $\underline{i}$, при которомъ это условіе будетъ выполнено. Мы знаемъ, что для этого надо взять первую производную и приравнять ее нулю, т. е. $\frac{d\delta}{di}=0$
Узнаемъ, когда производная обращается въ нуль.

Беремъ производную отъ формулы (4)

$$1+\frac{di_1}{di}=0 \text{ или } \frac{di_1}{di}=-1$$

Дифференцируемъ формулы (1) и (2), имѣемъ:
$\cos i\cdot di=\mu\cos r\cdot dr$ и $\cos i_1\cdot di_1=\mu\cos r_1\cdot dr_1$
дѣлимъ эти формулы одну на другую:

$$\frac{\cos i}{\cos i_1}\cdot\frac{di}{di_1}=\frac{\cos r}{\cos r_1}\cdot\frac{dr}{dr_1},\ \text{но } \frac{di}{di_1}=-1$$

то и $\frac{dr}{dr_1}$ тоже $=-1$, такъ какъ $r+r_1=A$, а тогда

$$\frac{\cos i}{\cos r}=\frac{\cos i_1}{\cos r_1} \text{ или } \frac{\sqrt{1-\sin^2 i}}{\cos r}=\frac{\sqrt{1-\sin^2 i_1}}{\cos r_1}$$

$$\text{или } \frac{\sqrt{1-\mu^2\sin^2 r}}{\cos r}=\frac{\sqrt{1-\mu^2\sin^2 r_1}}{\cos r_1}$$

или $$\frac{\sqrt{1-\mu^2(1-\cos^2 r)}}{\cos r} = \frac{\sqrt{1-\mu^2(1-\cos^2 r_1)}}{\cos r_1}$$

или $$\sqrt{\mu^2+\frac{1-\mu^2}{\cos^2 r}} = \sqrt{\mu^2+\frac{1-\mu^2}{\cos^2 r_1}}$$

Вотъ въ этомъ равенствѣ и состоитъ условіе минимума δ; равенство это требуетъ, чтобы r было равно r_1, а значитъ и $i=i_1$, т. е. ходъ луча симметриченъ относительно обѣихъ граней призмы.

Формула (3) приметъ въ этомъ случаѣ видъ

$$2r = A \quad \text{или} \quad r = \frac{A}{2}$$

а формула (4) будетъ:

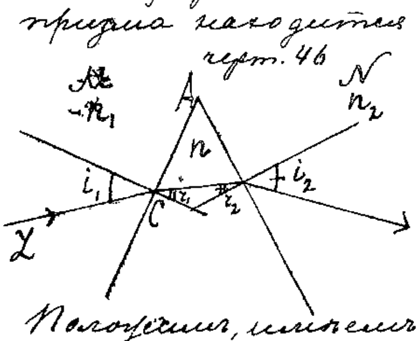
$$2i = A+\delta, \text{ откуда}$$

$$i = \frac{A+\delta}{2}, \text{ откуда наконецъ}$$

$$\mu = \frac{\sin\frac{A+\delta}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$$

Мы предполагали до сихъ поръ, что вся призма находится въ одной средѣ, разсмотримъ-же теперь тотъ случай, когда лѣвая грань призмы соприкасается съ другой средой, нежели правая

черт. 46



Положимъ, имѣемъ призму съ преломляющимъ угломъ A (черт. 46) и абсолютнымъ показателемъ преломленія n. Пусть лѣвая грань призмы соприкасается съ средой M, абсолютный показатель преломленія которой есть n_1, а правая со средой N, абсолютный показатель которой n_2. Взявъ

какой-нибудь лучъ LC, падающій на лѣвую грань, и построивъ его, мы найдемъ:
Для лѣвой грани:

$$n_1 \sin i_1 = n \sin r_1$$

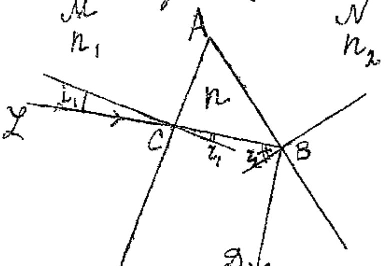
Для правой грани:

$$n_2 \sin i_2 = n \sin r_2$$

и кромѣ того $r_1 + r_2 = A$.
Мы дали способы опредѣленія показателя преломленія, но способы эти не всегда удобны, а потому мы дадимъ еще и совершенно другіе, основанные на наблюденіи полнаго внутренняго отраженія. Въ изложенныхъ нами способахъ, для опредѣленія показателя преломленія нужно было изготовить призму изъ испытуемаго вещества, такъ какъ мы, собственно говоря, дали способы опредѣленія показателей преломленія призмы. Вполнѣ возможно сдѣлать изъ испытуемаго вещества призму, не только, когда это твердое тѣло, но и когда это жидкость, или газъ; однако, для этого надо имѣть испытуемое вещество въ достаточномъ количествѣ; когда же вопросъ объ опредѣленіи показателя преломленія предъявленъ въ веществѣ очень цѣнномъ, или имѣемомъ въ маломъ количествѣ, да къ тому-же непрозрачному, изложенные способы дѣлаются неудобными. Мы сейчасъ дадимъ способы опредѣленія показателя преломленія вещества, имѣющагося въ очень небольшомъ количествѣ.
Намъ извѣстно, что лучъ, падающій на грань призмы подъ угломъ i_1, можетъ

иногда и не выйти изъ другой грани призмы; тоже можетъ случиться и въ томъ случаѣ, если призма будетъ поставлена въ тѣ-же условія, какъ на чертежѣ 46, т.е если грани ея будутъ находиться въ различныхъ срединахъ. Изслѣдуемъ когда именно это случится.

черт 47.



Положимъ, имѣемъ призму съ преломляющимъ угломъ A (черт. 47) и показателемъ преломленія n, грани которой находятся въ различныхъ срединахъ M и N съ показателями преломленія n_1 и n_2. Предположимъ, что падающій лучъ LC, не выйдетъ уже изъ грани AB, а отражается отъ нея, и идетъ по направленію BD, предполагая, что $n > n_2$

Для того, чтобы лучъ не прошелъ черезъ призму, а отразился отъ грани AB, необходимо, чтобы уголъ r_2 достигъ величины большей, нѣкотораго максимальнаго угла, при которомъ возможенъ еще выходъ луча в средину N. Этотъ максимальный уголъ r_2 будетъ такой, что при немъ лучъ, вышедшій въ средину N, скользнетъ вдоль по грани AB, т.е. уголъ i_2 будетъ равенъ 90°. Легко опредѣлить этотъ предѣльный уголъ r_2, онъ будетъ:

$$\sin r_2 = \frac{n_2}{n}$$

но намъ важно знать, при какомъ углѣ паденія, т.е. при какомъ i_1, мы получимъ такой r_1. Это опредѣлится очень

просто; мы имѣемъ

$$n_1 \sin i_1 = n \sin(A - r_2)$$

или $n_1 \sin i_1 = n\left[\sin A \cos r_2 - \cos A \sin r_2\right]$

намъ извѣстенъ $\sin r_2 = \frac{n_2}{n_1}$, также знаемъ и $\cos r_2 = \sqrt{1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$; подставляя эти значенія мы въ формулу, получимъ:

$$n_1 \sin i_1 = n\left[\sin A \sqrt{1-\left(\frac{n_2}{n}\right)^2} - \cos A \frac{n_2}{n}\right]$$

или $n_1 \sin i_1 = \sin A \sqrt{n^2 - n_2^2} - \cos A \, n_2 \ldots (5)$

По этой формулѣ можно узнать i_1.
На основаніи этой-же формулы можно дать способъ для опредѣленія n_2, т.е. показателя преломленія средины, находящейся у правой грани призмы.
Преобразовывая формулу (5), имѣемъ.

$$(n_1 \sin i_1 + n_2 \cos A)^2 = n^2 \sin^2 A - n_2^2 \sin^2 A$$

или $n_1^2 \sin^2 i_1 + n_2^2 + 2 n_1 n_2 \sin i_1 \cos A = n^2 \sin^2 A$

Прибавляемъ теперь къ обѣимъ частямъ равенства $+ n_1^2 \sin^2 i_1 \cos A$, получимъ:

$$(n_2 + n_1 \sin i_1 \cos A)^2 = n^2 \sin^2 A - n_1^2 \sin^2 i_1 + n_1^2 \sin^2 i_1 \cos^2 A$$
$$= n^2 \sin^2 A - n_1^2 \sin^2 i_1 \sin^2 A$$

откуда наконецъ:

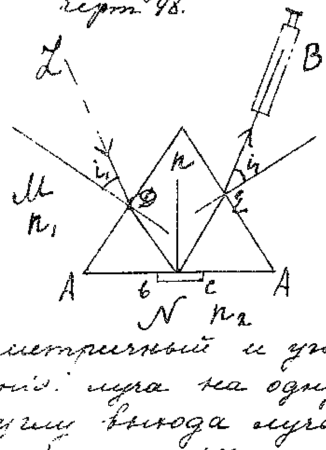
$$n_2 = \sin A \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i_1} - n_1 \sin i_1 \cos A \ldots (6)$$

т.е можно опредѣлить n_2, наблюдая уголъ i_1 при полномъ внутреннемъ отраженіи. Способъ этотъ далъ физикъ Wollaston; имъ можно опредѣлить показатель преломленія средины у правой грани призмы.

Мы разсмотрѣли нѣсколько способовъ, основанныхъ на полномъ внутреннемъ отраженіи.

1) *Методъ Wollaston'а.* Wollaston бралъ равностороннюю призму, т. е. такую, преломляющіе углы которой A = A, и заставлялъ лучъ LD падать такъ, что онъ отражался отъ грани AA, ходъ луча получался тогда симметричный и уголъ $i_1 = i_1$, т. е. уголъ паденія луча на одну грань, равенъ былъ углу выхода луча изъ другой грани.

черт. 48.



Вышедшій лучъ попадаетъ въ трубу B, установленную на безконечность.

Грань AD соприкасалась со средой M, показатель преломленія которой n_1, и грань AA со средой N, показатель преломленія которой n_2. Показатель преломленія призмы = n

Опыты велся такъ: грань AD освѣщалась однороднымъ свѣтомъ и затѣмъ двигали трубу B въ горизонтальной плоскости; если смотрѣть въ трубу B, то поверхность AA будетъ казаться темной, т. е. въ трубу не будутъ попадать отраженные лучи отъ поверхности AA; при дальнѣйшемъ передвиженіи трубы поверхность AA освѣтится сразу, и случится это при такомъ i_1, когда въ трубу попадутъ уже отраженные, полнымъ внутреннимъ отраженіемъ, лучи; если мы знаемъ направленіе нор=

мами къ грани призмы, то можно опредѣлить этотъ уголъ i_1 — выхода луча изъ грани AE; но этотъ уголъ по симметріи хода луча будетъ равенъ углу i_1 паденія этого луча на грань AD, какъ мы уже знаемъ.
Зная i_1, n и A можемъ опредѣлить и n_2 принимая n_1 для воздуха равнымъ единицѣ.

Wollaston поступалъ такъ: маленькій кусокъ изслѣдуемаго вещества bc онъ накладывалъ на грань AA призмы, и въ этомъ случаѣ при передвиженіи трубы въ ней было видно: сначала темнота, — т.е. ни одинъ отраженный лучъ въ нее не попадалъ, затѣмъ открывались 2 яркія полосы, соотвѣтствующія отраженію лучей отъ частей AC и Ab нижней грани, наконецъ при дальнѣйшемъ движеніи трубы освѣщилась вся грань AA, что соотвѣтствовало отраженію лучей и отъ части bc нижней грани. Измѣривъ уголъ i_1 въ этомъ случаѣ, по формулѣ (б) можно опредѣлить n_2, т.е. показатель преломленія вещества bc. Такимъ образомъ способъ этотъ даетъ возможность опредѣлить показатель преломленія для непрозрачныхъ срединъ. Wollaston сдѣлалъ эти опредѣленія для воска, смолы и нѣкоторыхъ другихъ непрозрачныхъ тѣлъ, для метода этого довольно самого малаго количества вещества.

Когда изслѣдуютъ жидкость

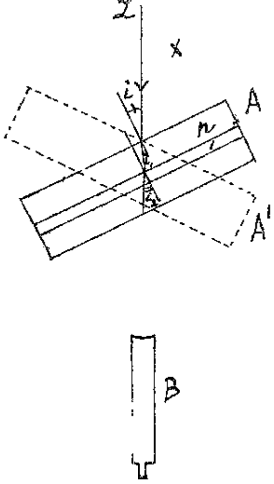
что погружаютъ въ нее нижнюю грань AA', или только смачиваютъ эту грань, ибо совершенно достаточно самаго тонкаго слоя вещества.

2) Другой пріемъ еще болѣе простой предложенъ нѣмецкимъ физикомъ Wiedemann и развитъ французскими учеными Terquem и Trannin

Двѣ тонкія пластинки склеиваютъ между собою по краямъ, такъ чтобы между ними остался слой воздуха, и этимъ приборомъ можно опредѣлить показатель преломленія жидкостей.

Положимъ мы имѣемъ двѣ такихъ

черт. 49.



пластинки A (черт 49); ставимъ ихъ подъ нѣкоторымъ угломъ передъ пучкомъ лучей однороднаго свѣта L, а по другую сторону ставимъ трубу B, установленную на безконечность.

Если смотрѣть въ трубу черезъ всю систему, то увидимъ свѣтлый фонъ отъ однороднаго свѣта. Помѣстимъ пластинки въ жидкость, показатель преломленія которой x желаемъ знать. Пусть показатель преломленія стекла-

пластинокъ будетъ n, а воздуха между пластинками 1.
Для луча, вошедшаго въ первую пластинку, найдемъ:

$$x \sin i = n \sin i_1$$

Если этотъ лучъ выйдетъ изъ первой пластинки въ пространство между ними, то будетъ:

$$1. \sin i_2 = n \sin i_1$$

Но можетъ случиться, что лучъ не выйдетъ изъ первой пластинки въ пространство между ними, т.е. можетъ наступить полное внутреннее отраженіе; для того, чтобы оно совершилось, необходимо, чтобы уголъ i_1 былъ достаточно великъ, а начнется явленіе отраженія тогда, когда i_2 достигнетъ 90°.
Въ этотъ моментъ мы получимъ:

$$n \sin i_1 = 1.$$

откуда и $x \sin i = 1.$

Если мы сумеемъ измерить уголъ i, то изъ последняго равенства легко определится x.
Поставимъ теперь пластинку нормально къ оси трубы и будемъ ее вращать въ вертикальной плоскости; — моментъ, когда исчезнетъ светлое поле, определитъ, что уголъ $i_2 = 90°$. Остается только существующій уголъ, подъ которымъ будетъ наклонена пластинка.

Для того, чтобы не устанавливать пластинку въ положеніе перпендикулярное къ оси трубы находятъ два

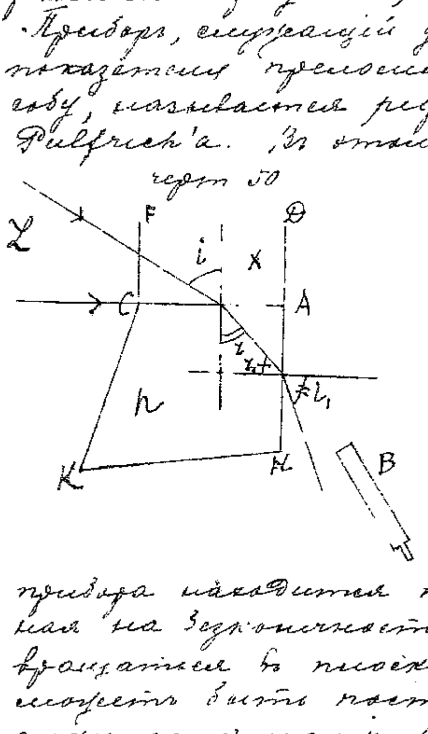
крайнихъ положеній А и А', при которыхъ исчезаетъ свѣтлое поле, и измѣряютъ уголъ φ между этими положеніями. Очевидно, что

$$i = \frac{\varphi}{2},$$

$$а \quad x = \frac{1}{\sin\frac{\varphi}{2}}.$$

3) Разсмотримъ еще одинъ пріемъ, основанный на наблюденіи полнаго внутренняго отраженія, пріемъ Pulfrich'a. Приборъ, служащій для опредѣленія показателя преломленія по этому способу, называется рефрактометромъ Pulfrich'a. Въ этомъ приборѣ главную

черт. 50



часть составляетъ стеклянное тѣло съ прямымъ угломъ A (черт. 50). Сверху этого тѣла находится чашечка ADCF, куда наливаютъ испытываемую жидкость. Противъ прибора находится труба B, наведенная на безконечность, которая можетъ вращаться въ плоскости чертежа и можетъ быть поставлена перпендикулярно грани AH. Грани CK и HK зачернены.

Освѣщаютъ всю систему снова однороднымъ свѣтомъ L. Какой нибудь лучъ, проходя черезъ жидкость, находящуюся въ чашечкѣ DACF, пока-

затѣмъ преломился въ которой X ищутъ, пасть подъ угломъ i на раздѣляющую поверхность CA, преломится подъ угломъ r (предполагая, что n показатель преломленія стекла $> X$), пасть на грань AH подъ угломъ r_1, преломится, и наконецъ выйдетъ подъ угломъ i_1.

Для этого хода луча мы можемъ написать:

$$X \sin i = n \sin r \quad \ldots\ldots (a.$$

$$\text{и} \quad n \sin r_1 = 1 . \sin i_1 \quad \ldots\ldots (a')$$

Предполагая, что показатель преломленія воздуха $= 1$.

Ставя трубу B въ плоскости чертежа, мы увидимъ освѣщенное поле, затѣмъ оно исчезнетъ и ничего не будетъ видно; но трубу можно поставить и такъ, что половина поля только будетъ освѣщена; это будетъ въ томъ случаѣ, когда въ трубу попадетъ лучъ, скользящій вдоль по грани CA, т. е. уголъ i будетъ $= 90°$

Найдя уголъ i_1, т. е. уголъ, составляемый осью трубы съ нормалью грани AH, когда освѣщается половина поля, можно опредѣлить X.

Равенство (a) напишется тогда такъ:

$$X = n \sin r$$

но ясно, что $r + r_1 = 90°$, и тогда

$\sin r = \cos r_1$; изъ уравненія (a') найдемъ $\sin r_1 = \frac{\sin i_1}{n}$

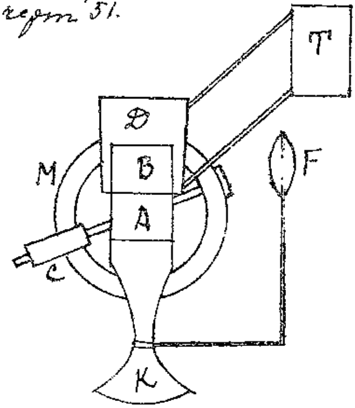
и окончательно получимъ:

$$X = n\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i_1}{n^2}}$$

$$\text{или} \quad X = \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \quad \ldots\ldots (b$$

Такимъ образомъ измѣривъ уголъ i_c когда освѣщена только половина призмы, мы можемъ опредѣлить x. Для этой цѣли Pulfrich построилъ очень удобный приборъ, съ которымъ будемъ работать въ лабораторіи.

черт. 51.



Приборъ этотъ схематически представленъ на чертежѣ 51. На верху колонки K, на которой стоитъ весь приборъ, находится стеклянное тѣло A. Наверху у него чашечка B, куда наливаютъ изслѣдуемую жидкость. Труба C двигается по кругу M, что даетъ возможность прямо измѣрять уголъ i_c. Въ F находится двояко-выпуклая чечевица для собиранія свѣтовыхъ лучей.

Правая грань стекляннаго тѣла A зачернена, такъ что лучи изъ F могутъ попасть только въ жидкость, находящуюся въ B, и черезъ нее проходятъ уже въ A; лѣвая грань A открыта, и труба и ловитъ лучи, выходящіе изъ нея.

Для того, чтобы можно было производить изслѣдованія надъ жидкостями при различныхъ температурахъ, на чашечку B можно надѣть чехолъ D, въ который пропускаютъ

резервуара Г теплую воду.

По формулѣ (6) составлены таблицы, такъ что никакихъ вычисленій производить не надо, прямо по углу i, можно найти x.

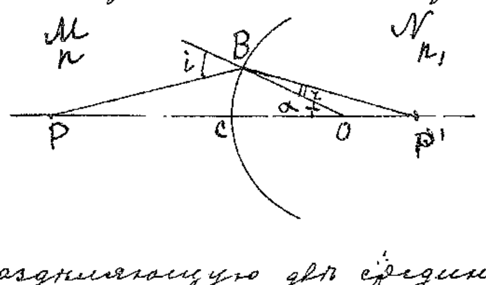
Приборъ вообще очень удобенъ, но имѣетъ одинъ недостатокъ: нельзя опредѣлить положеніе нормали къ любой грани тѣла A, такъ что для опредѣленія погрѣшности индекса круга, приходится пользоваться извѣстнымъ показателемъ преломленія какой-нибудь жидкости, напримѣръ воды, и отсюда выводить уже погрѣшность индекса.

На этомъ мы и закончимъ нашъ обзоръ способовъ опредѣленія показателей преломленія.

Преломленіе въ сферическихъ поверхностяхъ.

Сначала мы разсмотримъ строгую теорію.

черт. 52.



Положимъ, имѣемъ преломляющую сферическую поверхность BC (черт. 52) раздѣляющую двѣ среды M и N, абсолютные показатели преломленія коихъ суть n и n_1.

Если мы на оптической оси возьмемъ какую-нибудь точку P въ средѣ M, то она дастъ изображеніе въ точкѣ

P', а средина N. Найдемъ зависимость между этими точками.

Заметимъ, что отношение $\frac{n_1}{n} = \mu$ есть относительный показатель преломления.

Назовемъ разстояние PO чрезъ ρ, а $P'O$ чрезъ ρ_1.

Прилагая законъ преломления къ какой-нибудь точке преломляющей поверхности B, найдемъ.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu$$

Изъ $\triangle PBO$ находимъ $\frac{\rho}{PB} = \frac{\sin i}{\sin \alpha}$

" $\triangle P'BO$ $\frac{\rho_1}{P'B} = \frac{\sin r}{\sin \alpha}$

Разделяя почленно эти равенства, найдемъ

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_1} \cdot \frac{P'B}{PB}$$

или $\frac{\rho}{\rho_1} = \mu \cdot \frac{PB}{P'B}$ . . . . . (a

но $PB = \sqrt{\rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos\alpha}$

а $P'B = \sqrt{\rho_1^2 + R^2 + 2\rho_1 R \cos\alpha}$

Подставивъ эти значения PB и $P'B$ въ формулу (a), найдемъ.

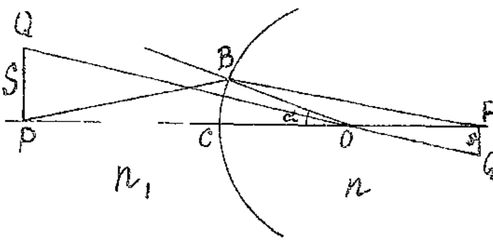
$$\frac{\rho}{\rho_1} = \mu \frac{\sqrt{\rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos\alpha}}{\sqrt{\rho_1^2 + R^2 + 2\rho_1 R \cos\alpha}} \quad \ldots (I)$$

Формула эта вполне строгая и по ней для каждаго заданнаго ρ можемъ найти ρ_1, но мы видимъ, что

ρ_1 зависитъ отъ α, а слѣдовательно всѣ лучи не пересѣкаются въ одной точкѣ.

Если $\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \ldots$ разложимъ въ рядъ и если пренебрежемъ въ немъ величинами втораго и высшихъ порядковъ, то получимъ болѣе простую формулу, показывающую, что лучи въ первомъ приближеніи пересѣкаются въ одной точкѣ.

черт. 53.



$$\frac{n_1}{n} = \mu$$

Величина ошибки которую мы дѣлаемъ принимая въ формулѣ (I) $\cos x = 1$ будетъ порядка α^2, и если напримѣръ $\alpha = 6^\circ$, то относительная ошибка будетъ всего только около $\frac{1}{100}$.

Формула (I) приметъ тогда такой видъ:

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \mu\,\frac{\rho - R}{\rho_1 + R}$$

Болѣе удобный видъ получится, если мы будемъ считать разстоянія не отъ центра O преломляющей поверхности, какъ мы дѣлали до сихъ поръ, а отъ вершины C, положимъ, что разстояніе $PC = d$, $CP_1 = d_1$, тогда ρ и ρ_1 выразятся такъ: $\rho = d + R$ и $\rho_1 = d_1 - R$.

Подставивъ эти значенія ρ и ρ_1 въ нашу формулу, найдемъ:

$$\frac{d+R}{d_1-R} = \mu\,\frac{d}{d_1}.$$

По этой формулѣ для каждаго заданнаго d можемъ опредѣлить d_1. Въ этомъ видѣ формула еще не удобна. Преобразуемъ ее:

$$dd_1 + d_1R = \mu dd_1 - \mu dR$$

$$d_1R + \mu dR = (\mu - 1)\, dd_1$$

дѣлимъ все на $(\mu - 1)\, dd_1$.

$$\frac{R}{\mu - 1}\cdot\frac{1}{d} + \frac{\mu R}{\mu - 1}\cdot\frac{1}{d_1} = 1.$$

Обозначимъ коэффиціенты при $\frac{1}{d}$ и $\frac{1}{d_1}$ черезъ A и F

$$\frac{R}{\mu - 1} = A;\quad \frac{\mu R}{\mu - 1} = F \quad \dots\dots (II)$$

Тогда формула напишется въ слѣдующемъ простомъ видѣ:

$$\frac{A}{d} + \frac{F}{d_1} = 1. \quad \dots\dots (III)$$

Какъ видно, формула эта отличается отъ элементарной формулы для безконечно-тонкой чечевицы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F}.$$

Если мы вычтемъ A изъ F, то найдемъ:

$$F - A = R.$$

Формула (III) говоритъ намъ, что если $d = \infty$, то $d_1 = F$, т. е. F есть главное фокусное разстояніе системы. Если же $d_1 = \infty$, то $d = A$, т. е. A есть также главное фокусное разстояніе, и значитъ вообще наша система имѣетъ два различныхъ главныхъ фокусныхъ разстоянія; происходитъ это оттого, что здѣсь мы имѣемъ двѣ среды; (въ чечевицѣ приходится сни=

тается въ трехъ средними, изъ которыхъ двѣ одинаковы.)

Формула (III) выведена въ предположеніи, что всѣ лучи какой-нибудь точки P пересѣкутся въ одной точкѣ P_1 и дадутъ ея изображеніе.

Построимъ теперь изображеніе предмета PQ. Изображеніе точки P, находящейся на главной оси мы умѣемъ найти; для нахожденія-же изображенія точки Q проведемъ побочную ось OQ, и предполагая, что она мало наклонена къ главной оси, приложимъ къ ней тѣ-же разсужденія, что и къ главной оси, а тогда и найдемъ изображеніе Q_1 (черт. 53) этой точки, а значитъ изображеніе P_1Q_1 предмета PQ.

Какъ видимъ, изображеніе получится обратное, а потому по принятому нами условію ему придется приписать знакъ (−) минусъ.

Назовемъ величину предмета черезъ S, а изображенія s и опредѣлимъ увеличеніе. Изъ подобія треугольниковъ имѣемъ:

$$\frac{s}{S} = -\frac{p_1}{p} = -\frac{d_1-R}{d+R}$$

исключимъ отсюда $R = F - A$, находимъ:

$$\frac{s}{S} = -\frac{d_1-F+A}{d+F-A} \quad \ldots\ldots (c)$$

Но d_1 можемъ опредѣлить изъ формулы (III); изъ нея получаемъ:

$$\frac{F}{d_1} = 1 - \frac{A}{d} = \frac{d-A}{d}$$

откуда $d_1 = F\frac{d}{d-A}$ . . . . . (e)

но намъ надо $d_1 - F + A$; оно будетъ

$$d_1 - F + A = \frac{Fd}{d-A} - F + A.$$

$$= \frac{Fd - Fd + FA + Ad - A^2}{d-A}$$

$$= A\frac{F+d-A}{d-A}$$

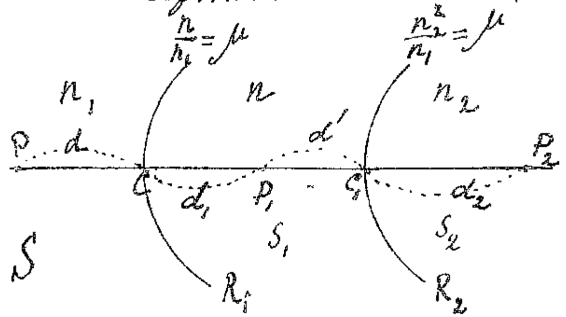
Подставляя это вмѣсто числителя второй части равенства (с), найдемъ: $\frac{s}{S} = -\frac{A(d+F-A)}{(d-A)(d+F-A)} = -\frac{A}{d-A}$ ... (IV)

Вотъ какой простой формулой опредѣляется увеличеніе; надо только знать d и A.

Формулы (III) и (IV) рѣшаютъ весь вопросъ о преломленіи въ одной сферической поверхности. На практикѣ, однако, такой случай представляется рѣдко, чаще преломленіе совершается чрезъ чечевицу, т. е. черезъ двѣ или черезъ большее число сферическихъ поверхностей.

Если мы имѣемъ еще вторую сферическую преломляющую поверхность, то изображеніе отъ преломленія въ первой поверхности, будетъ служить предметомъ для второй поверхности; примѣняемъ эти разсужденія къ чечевицѣ, но не будемъ дѣлать ограниченій относительно ея толщины.

черт. 54.



Предположимъ, имѣемъ три среды (черт. 54) раздѣленныя сферическими поверхностями, радіусы коихъ суть R_1 и R_2; пусть абсолютные показатели средины будутъ n_1, n и n_2; замѣтимъ, что $\frac{n}{n_1}=\mu$ будетъ относительный показатель преломленія второй среды по отношенію къ первой, а $\frac{n_2}{n}=\mu'$ относительный показатель преломленія третьей среды по отношенію ко второй.

Условимся считать радіусы раздѣляющихъ поверхностей положительными, когда выпуклость обращена влѣво. Толщину второй среды cc_1 назовемъ черезъ a.

Будемъ искать изображеніе какой-нибудь точки P. Предполагая, что мы имѣемъ дѣло только съ одной поверхностью R_1, примѣняя извѣстныя формулы мы найдемъ изображеніе точки P, пусть это будетъ точка P_1. Теперь будемъ искать изображеніе точки P_1 относительно другой поверхности R_2; намъ придется снова примѣнить тѣ-же формулы.

Замѣтимъ, что разстояніе $d' = a - d_1$; но возможно, что точка P получится правѣе поверхности R_2; въ этомъ случаѣ разстояніе d' будетъ отрицательно $(-d')$, и опять таки, будетъ $(-d') = d_1 - a$, и потому мы имѣемъ полное право, примѣняя наши формулы для нахожденія изображенія точки P_1 отъ поверхности R_2, замѣнить всегда разстояніе d' величиной $a - d_1$. Положимъ, что точка P_2 будетъ изображеніемъ точки P_1.

Итакъ, въ данномъ случаѣ мы имѣемъ 2 системы фокусныхъ разстояній:

$$A_1 = \frac{R_1}{\mu - 1} \qquad A_2 = \frac{R_2}{\mu' - 1}$$

$$F_1 = \frac{\mu R}{\mu - 1} \qquad F_2 = \frac{\mu' R_2}{\mu' - 1}$$

имѣемъ также формулы:

$$\frac{A_1}{d} + \frac{F_1}{d_1} = 1 \quad \ldots\ldots \quad (d)$$

$$\frac{A_2}{a - d_1} + \frac{F_2}{d_2} = 1 \quad \ldots\ldots \quad (e)$$

Очевидно подобными же разсужденіями мы могли бы найти изображеніе предмета при большемъ числѣ преломляющихъ сферическихъ поверхностей.

Положимъ, что величины предмета и его послѣдовательныхъ изображеній будутъ S, s_1, s_2 опредѣлимъ увеличеніе.

Послѣ преломленія лучей въ первой поверхности увеличеніе опредѣлится равенствомъ.

$$\frac{S_1}{S} = -\frac{A_1}{d - A_1}$$

Послѣ (этого) преломленія лучей во второй поверхности увеличеніе опредѣлится такъ.

$$\frac{S_2}{S_1} = -\frac{A_2}{a - d_1 - A_2}$$

Перемножая эти равенства почленно, имѣемъ полное увеличеніе

$$\frac{S_2}{S} = \frac{A_1 A_2}{(d - A_1)(a - d_1 - A_2)} \quad \ldots\ldots (f)$$

Но это увеличеніе точно такъ-же, какъ и разстояніе d_2 (формула (e)), намъ надо имѣть въ функціи одного только d; для этого исключимъ изъ этихъ формулъ промежуточную величину d_1.

Начнемъ съ формулы (e). Величина d_2, которую она опредѣляетъ, выразится изъ нея такъ:

$$d_2 = \frac{F_2(a - d_1)}{a - d_1 - A_2} \quad \ldots\ldots (g)$$

Опредѣлимъ d_1 изъ формулы (d)

$$d_1 = \frac{F_1 d}{d - A_1}$$

а $$a - d_1 = \frac{ad - aA_1 - F_1 d}{d - A_1}$$

а $$a - d_1 - A_2 = \frac{ad - aA_1 - F_1 d - dA_2 + A_1 A_2}{d - A_1}$$

Подставимъ теперь въ формулу (g) найденныя значенія $a - d_1$ и $a - d_1 - A_2$.

найдемъ:

$$d_2 = F_2 \frac{d(a-F_1) - aA_1}{d(a-F_1-A_2) - aA_1 + A_1A_2} \dots (V)$$

По этой формулѣ каждому заданному d можемъ найти соотвѣтствующее d_2.

Подставляя теперь въ формулу (I) найденное значеніе $a-d_1-A_2$, получимъ

$$\frac{s_2}{s} = \frac{A_1A_2}{d(a-F_1-A_2)-aA_1+A_1A_2} \qquad (VI)$$

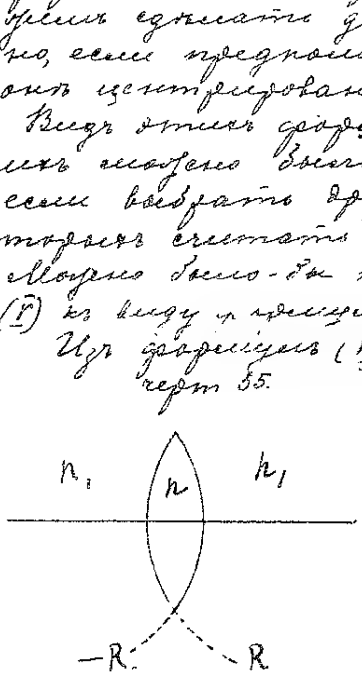
Такимъ образомъ задача о преломленіи въ двухъ сферическихъ поверхностяхъ рѣшена вполнѣ: формулы (V) и (VI) даютъ отвѣты на поставленные вопросы.

То, что мы сдѣлали для двухъ сферическихъ поверхностей мы можемъ сдѣлать для сколькихъ угодно, если предполагать только, что онѣ центрированы.

Видъ этихъ формулъ очень неудобенъ; ихъ можно было-бы упростить, если выбрать другія точки, отъ которыхъ считать разстоянія d и d_2. Можно было-бы привести формулу (V) къ виду формулы (III).

Изъ формулъ (V) и (VI) выведемъ формулу для двояковыпуклой чечевицы, предполагая, что она очень тонкая.

черт. 55.



Для двояко-выпуклой чечевицы показатель преломленія первой

и третій средин будутъ равны (черт. 55) т. е. $n_1 = n_2$ и $\mu' = \frac{n_1}{n} = \frac{1}{\mu}$

Затѣмъ, радіусъ второй сферы будетъ отрицательный ($-R_2$), ибо она будетъ обращена выпуклостью въ другую сторону.

Примѣняя къ данному случаю предъидущія формулы, найдемъ:

$$\Delta_2 = -\frac{R_2}{\mu'-1} \qquad \Delta_1 = \frac{R_1}{\mu-1}$$

$$\Delta_2 = -\frac{\mu R_2}{1-\mu} = \frac{\mu R_2}{\mu-1} \qquad F = \frac{R_1}{1-\frac{1}{\mu}}$$

$$F_2 = -\frac{\mu' R_2}{\mu'-1} = -\frac{R_2}{1-\frac{1}{\mu'}} = \frac{R_2}{\mu-1} \qquad F_1 = -\frac{R_1}{\mu'-1}.$$

полагая, что толщина $a=0$, формула (V) напишется такъ:

$$d_2 = \frac{-d.F_1 F_2}{-d(F_1+\Delta_2)+\Delta_1\Delta_2}.$$

Отсюда получимъ:

$$-dd_2(F_1+\Delta_2)+d_2(\Delta_1\Delta_2) = -dF_1F_2$$

Опредѣлимъ, что представляютъ изъ себя произведенія $\Delta_1.\Delta_2$ и $F_1.F_2$ изъ написанныхъ уже нами значеній Δ_1, Δ_2, F_1, и F_2; найдемъ:

$$\Delta_1.\Delta_2 = -\frac{R_1.R_2}{(\mu-1)(\mu'-1)} \text{ и } F_1F_2 = -\frac{R_1.R_2}{(\mu-1)(\mu'-1)}$$

т. е. $\Delta_1.\Delta_2 = F_1.F_2$, а въ такомъ случаѣ наша формула можетъ быть написана такъ:

$$\Delta_1.\Delta_2(d+d_2) = (F_1+\Delta_2)d.d_2$$

раздѣливъ все на $A_1 A_2$ и на $d.d_2$, получимъ. $\frac{1}{d}+\frac{1}{d_2} = \frac{F_1+A_2}{A_1 A_2} = \frac{1}{F}$ . . . . (VII)
т.е. для двояко-выпуклой чечевицы будетъ только одно главное фокусное разстояніе $\frac{1}{F} = \frac{F_1+A_2}{A_1 A_2}$ - Найдемъ его.

Напишемъ формулу такъ:

$$\frac{1}{F} = \frac{F_1}{A_1}\cdot\frac{1}{A_2}+\frac{1}{A_1}, \text{ но } F_1=\frac{\mu R_1}{\mu-1};\ A_1=\frac{R_1}{\mu-1}$$

отсюда $\frac{F_1}{A_1}=\mu$ и тогда получимъ:

$$\frac{1}{F}=\mu\frac{1}{A_2}+\frac{1}{A_1}$$

Подставивъ сюда вмѣсто A_1 и A_2 извѣстныя намъ ихъ величины, найдемъ:

$$\frac{1}{F} = \mu\cdot\frac{\mu-1}{\mu}\cdot\frac{1}{R_2}+(\mu-1)\frac{1}{R_1}$$

или $\frac{1}{F}=(\mu-1)\left\{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right\}$ . . . . (VIII)

Таково главное фокусное разстояніе двояко-выпуклой чечевицы.

Опредѣлимъ теперь увеличеніе въ двояковыпуклой чечевицѣ; мы легко найдемъ его, положивъ въ формулѣ (VI) $a=0$. Оно будетъ:

$$\frac{s}{S} = \frac{A_1 A_2}{-d(F_1+A_2)+A_1 A_2}$$

раздѣливъ числителя и знаменателя на F_1+A_2, найдемъ:

$$\frac{s}{S} = \frac{-\frac{A_1 A_2}{F_1+A_2}}{d-\frac{A_1 A_2}{F_1+A_2}} \quad \ldots\ldots (h)$$

Опредѣлимъ, что представляетъ

комбинаціи $\frac{A_1 A_2}{F_1 + A_2}$?
Мы уже имѣли, что $A_1 = \frac{R_1}{\mu - 1}$,
и $F_1 = \frac{\mu R_1}{\mu - 1}$

$$A_2 = \frac{R_2}{\mu' - 1} = \frac{R_2}{1 - \mu'} = \frac{\mu R_2}{\mu - 1},$$ а значитъ.

$$A_1 A_2 = \frac{\mu R_1 R_2}{(\mu - 1)^2}; \quad F_1 + A_2 = \frac{\mu}{\mu - 1}(R_1 + R_2)$$

откуда $$\frac{A_1 A_2}{F_1 + A_2} = \frac{1}{\mu - 1} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{(\mu - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)} = F$$

Подставивъ это значеніе комбинаціи $\frac{A_1 A_2}{F_1 + A_2}$ въ формулу (h) окончательно найдемъ

$$\frac{s}{s'} = \frac{-F}{d - F} \quad \ldots\ldots \quad (IX)$$

Эта формула и $\frac{1}{d} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F} \ldots\ldots (X)$

рѣшаютъ всѣ задачи о построеніи изображеній въ двояковыпуклыхъ чечевицахъ.

Изслѣдованіе этихъ формулъ даетъ:
когда $d = \infty$, то $d_2 = F$ и увеличеніе $\frac{s}{s'} = 0$

Когда $d = 2F$, то и $d_2 = 2F$, а увеличеніе $\frac{s}{s'} = -1$.

Когда $d = F$, то $d_2 = \infty$ и увеличеніе $\frac{s}{s'} = \infty$

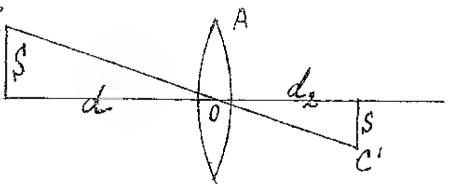
Когда $d < F$, то $d_2 < 0$ и увеличеніе $\frac{s}{s'} > 0$, т.е. изображеніе прямое, хотя и мнимое

Разсмотримъ свойство оптическаго центра чечевицы.

Оптическимъ центромъ называется

такая точка въ чечевицѣ, черезъ которую лучъ проходитъ безъ преломленія; докажемъ, что такая точка существуетъ.

черт. 56



Положимъ, имѣемъ тонкую чечевицу A (черт. 56) и пусть s будетъ изображеніемъ предмета S.

Покажемъ, что въ чечевицѣ есть такая точка O, черезъ которую лучъ проходитъ безъ преломленія, т. е. что линія COC' есть прямая.

Напишемъ формулу увеличенія такъ:

$$\frac{s}{S} = -\frac{1}{\frac{d}{F} - 1}$$

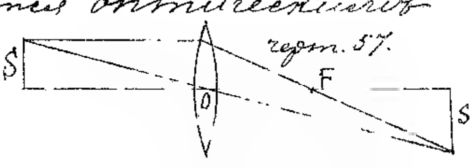
$\frac{d}{F}$ мы можемъ опредѣлить изъ формулы (X); найдемъ $\frac{d}{F} = 1 + \frac{d}{d_2}$

Подставляя это въ формулу увеличенія, имѣемъ:

$$\frac{s}{S} = -\frac{1}{1 + \frac{d}{d_2} - 1} = -\frac{d_2}{d} \quad \ldots (XI)$$

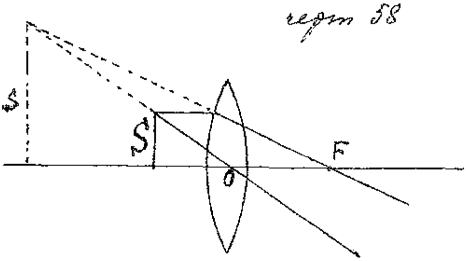
Это представляетъ новую формулу увеличенія, и она представляетъ изъ себя пропорцію, а значитъ линія COC' прямая. Итакъ въ чечевицѣ есть такая точка, черезъ которую лучъ проходитъ безъ преломленія; она называется оптическимъ центромъ.

черт. 57



Свойствами оптическаго

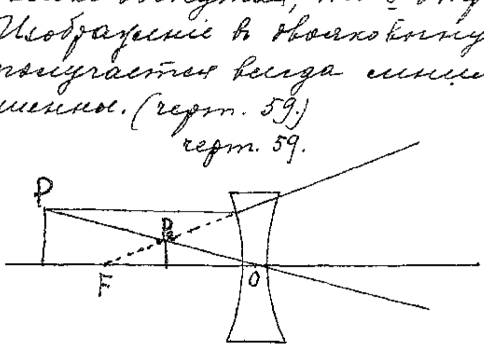
черт 58



центра можно пользоваться для построенія изображеній, что и сдѣлано на чертежахъ 57 и 58.

Когда чечевица двояковогнутая, то F отрицательно. Изображеніе въ двояковогнутой чечевицѣ получается всегда мнимое и уменьшенное. (черт. 59.)

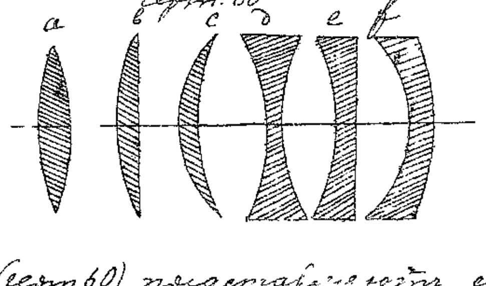
черт. 59.



Если мы возьмемъ плоско-выпуклаго (черт. 60, в) стекла, то для него $R_2 = \infty$ и $F > 0$.

Если же возьмемъ собирающій мениск (черт. 60, е) то $R_1 > 0$, а $R_2 < 0$ но мод(R_1) < мод(R_2), а значитъ и мод$\left(\frac{1}{R_1}\right)$ > мод$\left(\frac{1}{R_2}\right)$, т.е. $F > 0$. a, в, и c (черт 60) представляютъ собою типы собирающихъ стеколъ.

черт. 60



Для разсѣивающихъ стеколъ, въ случаѣ двояковогнутой чечевицы (черт 60 д) $F < 0$, какъ мы уже видѣли. Для плос-

ко-вогнутаго (черт. 60, e) $R_1<0$ а $R_2=\infty$, значитъ и $F<0$. Для разсѣивающаго мениска (черт 60, f) $R_1<0$, а $R_2>0$, и $mod(R_1)<mod.(R_2)$, а значитъ $mod(\frac{1}{R_1})>$ $>mod(\frac{1}{R_2})$, т.е. и $F<0$.
d, e и f (черт. 60, представляютъ собою типы разсѣивающихъ стеколъ. Всѣ чечевицы обладаютъ однимъ общимъ свойствомъ: собирательныя толще у середины и тоньше по краямъ, разсѣивающія наоборотъ, тоньше у середины и толще по краямъ.

Какъ мы видѣли до сихъ поръ, очень важную роль въ чечевицѣ играетъ фокусное разстояніе, а потому и посмотримъ, какъ оно можетъ быть опредѣлено.

1) Фокусное разстояніе можно вычислить. Мы видѣли формулу:

$$\frac{1}{F}=(\mu-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

если извѣстенъ показатель преломленія μ и радіусы кривизны чечевицы, то по этой формулѣ возможно вычислить F. Радіусы кривизны можно опредѣлить тѣми-же пріемами, какіе мы дали для опредѣленія радіуса кривизны зеркалъ, или при помощи сферометра.

2) Фокусное разстояніе можно опредѣлить по формулѣ:

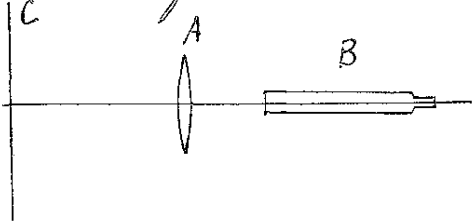
$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{F}$$

Дѣлая $d=\infty$, найдемъ, что $d_2=F$; чтобы сдѣлать $d=\infty$, направляемъ

на чечевицу пучекъ солнечныхъ лучей и тогда остается лишь измѣрить d_2.

3) Если солнца нѣтъ, то можно поступить такъ.

черт. 61.



Передъ чечевицей A, фокусное разстояніе которой ищутъ (черт. 61), помѣщаютъ трубу B, установленную на безконечность. По другую сторону чечевицы ставятъ экранъ C, на которомъ изображенъ какой-либо контуръ или буквы. Передвигая экранъ C, ищутъ то положеніе, въ которомъ буквы видны въ трубѣ всего яснѣе; случится это тогда, когда экранъ будетъ въ главномъ фокусѣ чечевицы; остается измѣрить разстояніе экрана отъ чечевицы — это и будетъ главное фокусное разстояніе.

4) Проектируя на экранъ изображеніе какого-нибудь предмета и измѣряя разстоянія до чечевицы отъ самого предмета и его изображенія, по формулѣ

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}$$

можно найти фокусное разстояніе.

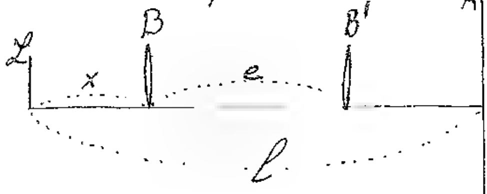
5) Проектируя на экранъ изображеніе предмета и измѣривъ величину предмета, изображенія, а также разстояніе предмета до чечевицы, по формулѣ:

$$\frac{s}{S} = \frac{-F}{d-F}$$

можемъ опредѣлить фокусное разстоянiе, самый простой случай будетъ тотъ наиболѣе точенъ, когда $s = -S$.

б) Способъ Бесселя имѣетъ преимущества передъ всѣми другими сейчасъ перечисленными

черт 62



Въ неизмѣнномъ разстоянiи l отъ свѣтящагося центра L (черт 62) ставятъ экранъ A и передвигая чечевицу B, ищутъ такое положенiе ея, чтобы получилось на экранѣ отчетливое изображенiе центра L. Оказывается, что для чечевицы существуютъ два такихъ положенiя B и B', при которыхъ на экранѣ получаются отчетливыя изображенiя: въ одномъ случаѣ изображенiе будетъ большое, въ другомъ маленькое.

Назовемъ удаленiе чечевицы въ обоихъ случаяхъ отъ центра L чрезъ x и $x+e$ и примѣняя формулу (X) мы получимъ:

$$1)\quad \frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} = \frac{1}{F}$$

$$2)\quad \frac{1}{x+e} + \frac{1}{l-(x+e)} = \frac{1}{F}$$

Отсюда можемъ опредѣлить x. Способъ этотъ удобенъ тѣмъ, что не надо измѣрять разстоянiе до чечевицы, которая не безконечно

точка, а лишь <u>перемещение</u> чечевицы, что можно изследить очень точно.

Решая эти два уравнения, найдем: 1ое уравнение $lF - xF + xF = x_1(l-x)$

или $xl - x^2 = Fl$.

2ое уравнение $xl + el - x^2 - 2xe - e^2 = Fl$

вычитая одно из другого

$$-el + 2xe + e^2 = 0$$

или $x = \frac{l-e}{2}$

Решая 1ое уравнение относительно F

$$F = \frac{x(l-x)}{l}$$

и подставляя сюда найденное x, окончательно получим.

$$F = \frac{l^2 - e^2}{4l}$$

Как видно из этой формулы для определения F надо знать лишь постоянное разстояние l и перемещение чечевицы e

Объ абберацiи.

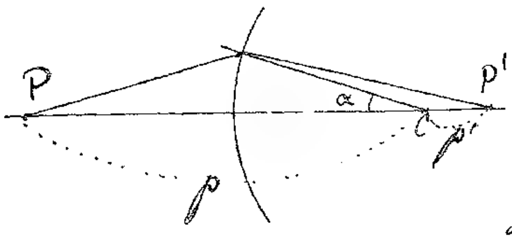
До сих пор мы допускали, что всѣ лучи пересекаются в одной точке, но на самом дѣлѣ это не происходит, и фокус лучей зависит от угла α.

Для одной сферической поверхности мы видели, что

$$\frac{\rho}{\rho'} = \mu\sqrt{\frac{\rho^2 + R^2 - 2\rho R\cos\alpha}{\rho'^2 + R^2 + 2\rho' R\cos\alpha}}$$

Мы можем бы найти и абберацию.

Черт. 63



полагая $\alpha=0$, мы нашли бы изображеніе по центральнымъ лучамъ $(p')_{\alpha=0}$, а затѣмъ, взявъ крайніе лучи, т.е. полагая $\alpha=\theta$, гдѣ θ есть полуотверстіе чечевицы, нашли бы изображеніе крайнихъ лучей $(p')_{\alpha=\theta}$; сравнивая эти величины, мы и нашли бы абберацію; дѣлать этого мы не будемъ, такъ какъ все это сводится къ простой алгебрѣ, но замѣтимъ, что абберація пропорціональна θ^2, что, напримѣръ, для $\theta=6^\circ$ составитъ около $\frac{1}{100}$. Вопросъ объ уменьшеніи абберацій вообще очень сложенъ, но возможно подыскать такую кривую поверхность, что она будетъ наименьшею.

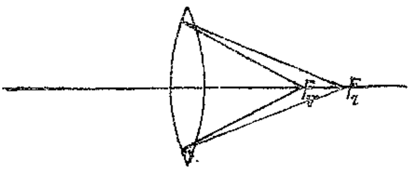
Извѣстно также, что существуетъ и хроматическая абберація, ибо показатель преломленія не одинаковъ для всѣхъ лучей спектра.

Назвавъ показатели преломленія для фіолетовыхъ и красныхъ лучей черезъ μ_v и μ_r, соотвѣтствующія фокусныя разстоянія F_v и F_r, а комбинацію $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ черезъ M найдемъ:

Для фіолетовыхъ лучей $\frac{1}{F_v}=(\mu_v-1)M$.

" красныхъ " — $\frac{1}{F_r}=(\mu_r-1)M$.

черт. 65



Разность $F_r - F_v = \Delta F$ и есть величина хроматической абберации, дающей по краямъ окраску изображенія.

Если возьмемъ среднее фокусное разстояніе F_j для желтыхъ лучей, то

$$\frac{\Delta F}{F_j} = K.$$

называется светоразсѣивающей способностью.

Мы имѣемъ:

для фіолетовыхъ лучей $F_v = \frac{1}{\mu_v - 1} \cdot \frac{1}{M}$.

— " — красныхъ " — " $F_r = \frac{1}{\mu_r - 1} \cdot \frac{1}{M}$

— " — желтыхъ " — " $F_j = \frac{1}{\mu_j - 1} \cdot \frac{1}{M}$.

Вычитая первое уравненіе изъ второго, найдемъ: ΔF

$$\Delta F = \frac{\mu_r - \mu_v}{(\mu_v - 1)(\mu_r - 1)} \cdot \frac{1}{M}$$

раздѣливъ это равенство на третье уравненіе, найдемъ <u>K</u>.

$$K = \frac{\mu_j - 1}{(\mu_v - 1)(\mu_r - 1)} \cdot (\mu_r - \mu_v)$$

какъ видно въ выраженіи <u>K</u> нѣтъ ни <u>R</u>, ни <u>F</u>, а значитъ <u>K</u> не зависитъ отъ кривизны чечевицы, а лишь только отъ ея показателей преломленія для разныхъ лучей

Обратимся теперь къ вопросу объ уничтоженіи хроматической

аббераціи. Можно уничтожить абберацію, взявъ 2 чечевицы, т.е. комбинировать двояко-выпуклую съ двояко-вогнутой (черт. 65)

черт. 65.

если обѣ чечевицы суть одного вещества, то не будетъ аббераціи, но вмѣстѣ съ нею уничтожится и преломленіе. Но можно и такъ подобрать вещества, изъ которыхъ сдѣланы чечевицы, что абберація почти пропадетъ, тогда какъ преломленіе останется, мы сказали, почти, ибо совершенно уничтожить абберацію такимъ подборомъ нельзя.

Подборомъ можно довести до совпаденія фокусовъ двухъ лучей — напримѣръ красныхъ и фіолетовыхъ, но фокусы лучей промежуточныхъ цвѣтовъ не совпадутъ тогда съ ними, такъ какъ прямое свѣторазсѣяніе не пропорціонально свѣторазсѣянію частному.

Существуетъ теорема, что общее фокусное разстояніе системы F можетъ быть представлено въ видѣ

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2},$$ гдѣ F_1 и F_2

суть фокусныя разстоянія ихъ составляющихъ системъ.

Мы примѣнимъ эту теорему, но не будемъ ея доказывать.

Возьмемъ двѣ чечевицы съ показателями преломленія μ и μ'

и фокусными разстояніями F_1 и F_2 и посмотримъ, какъ математически выразится условіе совпаденія фокусовъ фіолетовыхъ и красныхъ лучей.

Для выпуклой чечевицы имѣемъ:

$$\frac{1}{F} = (\mu-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

для вогнутой чечевицы:

$$\frac{1}{F_2} = (\mu'-1)\left(-\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3}\right)$$

Тогда на основаніи высказанной теоремы общее фокусное разстояніе системы для фіолетовыхъ лучей будетъ:

$$\frac{1}{F_v} = (\mu_v-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-(\mu'_v-1)\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)$$

для красныхъ лучей будетъ:

$$\frac{1}{F_r} = (\mu_r-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)-(\mu'_r-1)\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)$$

Мы требуемъ, чтобы эти фокусныя разстоянія были равны между собою, тогда сравнивая эти формулы, найдемъ

$$\left[(\mu_v-1)-(\mu_r-1)\right]\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = \left[(\mu'_v-1)-(\mu'_r-1)\right]\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)$$

Сокращая получимъ:

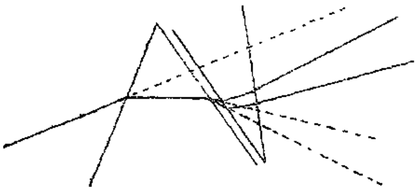
$$\frac{\mu_v-\mu_r}{\mu'_v-\mu'_r} = \frac{\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}$$

Такимъ образомъ можно опредѣлить радіусъ кривизны четвертой(x)

(x) Если задана одна чечевица, значитъ даны и радіусы обѣихъ ея поверхностей, а значитъ и заданъ радіусъ одной поверхности второй чечевицы, ибо она должна вплотную прилегать къ первой, и мы располагаемъ лишь второй поверхностью второй чечевицы

поверхности для уничтоженія абберации

черт 66



Можно также уничтожить абберацію, если воспользоваться призмой, сдѣланной изъ другого вещества, но гораздо удобнѣе такъ скомбинировать двѣ призмы изъ различнаго вещества, чтобы уничтожить преломленіе для средняго луча, но сохранить свѣторазсѣяніе (черт 66)

На этомъ основаніи спектроскопы, такъ называемые à vision directe, т.е. въ нихъ находятъ призму прямо на тотъ предметъ, спектръ котораго желаютъ изслѣдовать.

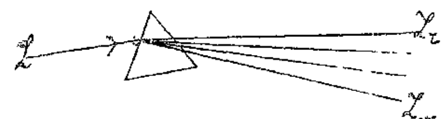
Отдѣлъ II

Ученіе о свѣтовыхъ лучахъ. (Радіометрія)

Радіометрія занимается изученіемъ свойства лучей, и самую важную часть ея составляютъ свѣторазсѣяніе и спектральный анализъ.

Извѣстно, что солнечный свѣтъ проходитъ черезъ призму (черт. 67), то онъ разлагается на пучекъ цвѣтныхъ лучей.

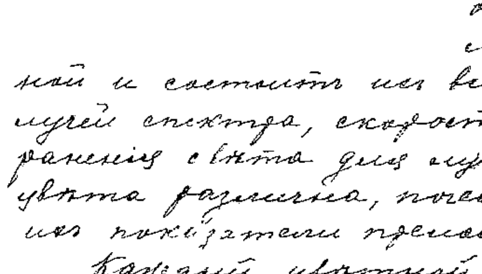
черт. 67



Красные лучи отклоняются меньше всех, фіолетовые — больше всех. Разложеніе бѣлаго свѣта на цвѣта происходитъ оттого, что бѣлый лучъ сложный и состоитъ изъ всѣхъ цвѣтныхъ лучей спектра, скорость-же распространенія свѣта для лучей разнаго цвѣта различна, поэтому и различны ихъ показатели преломленія.

Каждый цвѣтной лучъ спектра есть простой лучъ, т. е. не состоящій изъ сочетанія другихъ лучей, что доказывается различными опытами.

черт. 68.



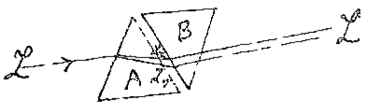
Пусть лучъ бѣлаго свѣта L, разложенъ на цвѣтные призмою A (черт. 68). Если въ S помѣстить экранъ, то на немъ и получимъ спектръ $L_r L_v$. Если чрезъ экранъ мы пропустимъ на призму B только одинъ красный лучъ L_r, то онъ отклонится призмою B, но не разложится и останется краснымъ, выйдя изъ нея.

Замѣтимъ, что цвѣтовъ въ спектрѣ безчисленное множество и кажд-

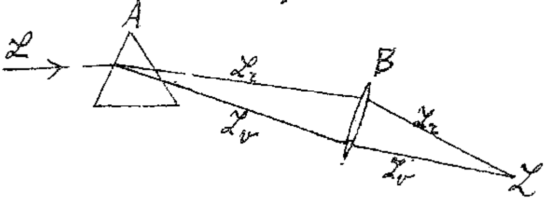
Этому соотвѣтствуетъ свой абсолютный показатель преломленія или длина волны.

Если обратно соберемъ всѣ цвѣтные лучи разложенные призмой, то получимъ бѣлый свѣтъ. Собрать всѣ лучи можно перехватывая лучи спектра второю призмою $\underline{B}$ (черт. 69), но можно для этого воспользоваться и чечевицею. (черт. 70)

черт. 69.



черт 70.



Такъ или иначе, собравъ лучи солнечнаго спектра мы получимъ совершенно бѣлый свѣтъ.

Наконецъ опытъ съ дискомъ Ньютона также подтверждаетъ этотъ фактъ, что бѣлый свѣтъ есть составной.

Если мы изъ спектра выключимъ извѣстную группу лучей, то получимъ опредѣленный цвѣтъ. Оставшіеся лучи дадутъ вмѣстѣ другой цвѣтъ.

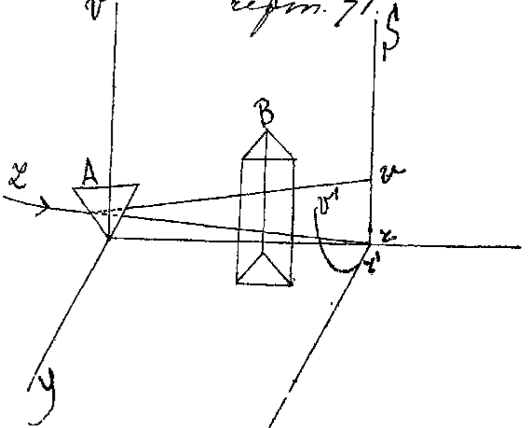
Такіе два цвѣта называются дополнительными; вмѣстѣ они даютъ бѣлый цвѣтъ.

– Всѣ эти явленія, о которыхъ мы говорили до сихъ поръ, суть яв-

ленія, такъ сказать нормальныя, но существуютъ и ненормальныя явленія, т.е. такія, гдѣ преломленіе отступаетъ отъ обыкновенныхъ законовъ; случается это тогда, когда вещество, въ которомъ происходитъ преломленіе сильно поглощаетъ нѣкоторые лучи; въ такомъ случаѣ нѣкоторыхъ лучей въ спектрѣ нѣтъ, а другіе мѣняютъ свой порядокъ, и наиболѣе, напримѣръ, отклоненнымъ является иногда красный лучъ, а наименѣе фіолетовый.

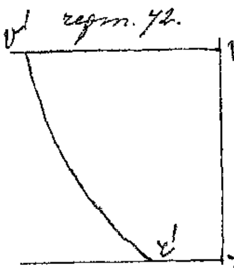
Kundt искалъ связь между поглощеніемъ свѣта и аномальной дисперсіей и предложилъ способъ ея изслѣдованія. (Методъ скрещенныхъ призмъ)

черт. 71.



Если на призму A падаетъ лучъ бѣлаго свѣта L (черт. 71) то на экранѣ S, поставленномъ параллельно плоскости VY, получимъ спектръ; пусть V означаетъ границу фіолетовыхъ лучей, а r красныхъ.

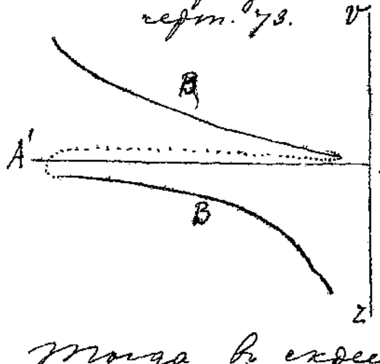
черт. 72.



Перехватимъ теперь лучи спектра призмою B, ребро которой было бы перпендикулярно къ призмѣ A, спектръ въ этомъ случаѣ искривится и представится на экранѣ S нѣкоторою кривой V'r'; видъ этой кривой представленъ на чертежѣ 72, и она будетъ характеризовать дисперсію даннаго вещества.

Кундтъ произвелъ этотъ опытъ для веществъ съ аномальной дисперсіей; тамъ нѣкоторые лучи могутъ въ спектрѣ и не быть, другіе могутъ измѣнить свой порядокъ.

черт. 73.



Положимъ, что взяли такое вещество, въ которомъ происходитъ аномальная дисперсія и въ призмѣ его спектрѣ Vr (черт. 73) отсутствуютъ лучи A. Тогда въ скрещенныхъ призмахъ кривая дисперсіи изобразится кривою B, состоящею изъ двухъ вѣтвей, приближающихся къ полосѣ поглощенія AA'.

Если идти отъ краснаго конца спектра, то показатель прелом-

мненія лучи растетъ съ приближеніемъ къ полосѣ поглощенія, если же идти отъ фіолетоваго конца спектра, то показатель преломленія уменьшается съ приближеніемъ къ ВА'

Есть указанія на то что обѣ вѣтви В должны соединиться по пунктирной линіи.

Спрашивается, какъ зависитъ показатель преломленія n отъ длины волны λ?

Было сдѣлано очень много предположеній по этому вопросу. Мы знаемъ вообще, что показатель преломленія зависитъ отъ длины волны, т. е. $n = f(\lambda)$ и что съ уменьшеніемъ λ растетъ n.

Cauchy удалось установить, что n выражается безконечнымъ рядомъ

$$n = A_0 + \frac{A_1}{\lambda^2} + \frac{A_2}{\lambda^4} + \dots$$

гдѣ $A_0, A_1, A_2 \dots$ суть нѣкоторыя постоянныя. Полагая $\lambda = \infty$, найдемъ что $n = A_0$, но все это относится къ нормальному преломленію, и къ аномальному не годится.

Страсбургскій ученый Christoffel далъ слѣдующую формулу

$$n = \frac{n_0\sqrt{2}}{\sqrt{1+\frac{\lambda_0}{\lambda}} + \sqrt{1-\frac{\lambda_0}{\lambda}}}$$

гдѣ n_0 есть показатель преломленія при $\lambda_0 = \lambda$. Полагая $\lambda = \infty$ найдемъ:

$$n = \frac{n_0}{\sqrt{2}}$$

Но и эта формула относится также къ нормальному случаю.

Когда вещество поглощаетъ свѣтъ, надо заключить, что молекулы вещества участвуютъ въ колебаніи и такимъ образомъ поглощаютъ часть падающей энергіи.

Анализъ, основанный на этомъ предположеніи, произвелъ Гельмгольцъ, принявъ во вниманіе участіе матеріи въ движеніи эфира, и онъ далъ свою теорію. Эта теорія даетъ объясненіе нормальной дисперсіи и даетъ теорію аномальной дисперсіи и зависимость ея отъ поглощательной способности вещества.

Мы знаемъ, что $n = \frac{\sin i}{\sin r}$

Гельмгольцъ говоритъ, что если вещество поглощаетъ свѣтъ, то законъ Декарта не вѣренъ, и показатель преломленія n зависитъ тогда отъ угла паденія i, что и было дѣйствительно доказано на опытѣ.

Говоря о спектрѣ, мы будемъ разумѣть въ немъ не только свѣтовые лучи, но также и тепловые, химическіе, X-лучи, электри-

ческіе, и т. д., а потому можно будетъ сказать, что всѣ почти тѣла обладаютъ аномальной дисперсіей, ибо тамъ, гдѣ мы не замѣчаемъ поглощенія въ свѣтовой части, поглощательная полоса можетъ быть находится въ тепловой, химической или иной части спектра.

Интересно было бы опредѣлить, въ какой степени зависитъ показатель преломленія отъ давленія и температуры, иначе говоря отъ удѣльнаго вѣса тѣла.

Въ этомъ вопросѣ было предложено много формулъ.

Одна изъ старѣйшихъ есть:

$$\frac{n^2-1}{d} = Const.$$

гдѣ d есть плотность вещества; но гораздо лучшее согласіе съ опытомъ даетъ формулу ученыхъ Gladstone & Dale

$$\frac{A_0-1}{d} = Const.$$

гдѣ A_0 есть постоянный членъ въ выше приведенномъ рядѣ Cauchy.

Наконецъ одновременно, но самостоятельно двумя учеными Lorentz и Lorenz была предложена формула

$$\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d} = Const.$$

и эта формула даетъ удивительное согласіе съ опытомъ; если даже [illegible]

тоже вещество, но въ различныхъ агрегатныхъ состояніяхъ, то и тутъ получается довольно хорошее согласіе вычисленій съ опытомъ.

Въ ниже следующей таблице приводимъ для сравненія результаты вычисленій по второй и по последней формуламъ для четырехъ веществъ въ различныхъ агрегатныхъ состояніяхъ:

	$\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}=C$		$\frac{A_0-1}{d}=C$	
вещества	в жидкомъ виде	в виде пара	в жидкомъ виде	в виде пара
эфиръ	0,3026	0,3068	0,4800	0,4602
алкоголь	0,2804	0,2825	0,4438	0,4238
вода	0,2061	0,2068	0,3246	0,3102
S_2C (серо-углеродъ)	0,2805	0,2898	0,4645	0,4347

Изъ таблицы легко усматривается, что формула Лоренца даетъ большее согласіе даже для различныхъ агрегатныхъ состояній, нежели другая.

Для газовъ формула Лоренца упрощается. Мы можемъ, разложивъ числитель $n^2-1=(n+1)(n-1)$ представить формулу такъ:

$$\frac{n-1}{d}\cdot\frac{n+1}{n+2}=C.$$

для газовъ комбинацію $\frac{n+1}{n+2}$ можно считать постоянной, т. к. n весьма мало отличается отъ 1. (напр., для воздуха при 0° и давленіи

(атмосферы n=1,00029), а въ такомъ случаѣ мы и получимъ формулу Гладстона; такимъ образомъ формула Лоренца заключаетъ въ себѣ и формулу Гладстона, какъ частный случай.

Перейдемъ теперь къ спектральному анализу.

Если мы возьмемъ твердое вещество и будемъ его нагрѣвать, то приблизительно около температуры +500°C оно начнетъ испускать красный свѣтъ, и это называется краснымъ каленіемъ. Продолжая нагрѣвать вещество дальше, мы увидимъ, что оно будетъ испускать цвѣта желтый, зеленый и наконецъ бѣлый; это и называется бѣлымъ каленіемъ. Если возьмемъ спектръ вещества въ этомъ состояніи, то увидимъ въ немъ всѣ лучи.

Для того, чтобы увеличить дисперсію, есть особые спектроскопы, гдѣ нѣсколько призмъ; существуетъ довольно много образцовъ этихъ спектроскоповъ.

Разсматривая спектръ накаленнаго тѣла, мы увидимъ всѣ цвѣта, значитъ частицы вещества совершаютъ всевозможныя колебанія.

Мы получимъ совершенно другое, если возьмемъ спектръ вещества, находящагося въ газообразномъ состояніи. Въ такомъ спектрѣ полу-

чаютъ отдѣльныя, постоянныя линіи, т.е. частицы вещества вызываютъ въ эфирѣ вполнѣ опредѣленныя колебанія.

Какія именно эти линіи, — вопросъ очень сложный, требующій специальнаго изученія, ибо, напр. желѣзо даетъ до 1000 линій, но въ общемъ всѣ эти линіи сохраняютъ всегда свое мѣсто.

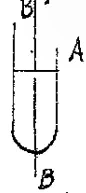
Чтобы получить вещество въ парообразномъ состояніи существуетъ много пріемовъ.

1) Хлористыя соединенія металловъ вводятъ въ пламя бунзеновской горѣлки.

2) Гейслеровы трубки, черезъ которыя пропускаютъ электрическій разрядъ по разреженному газу.

3) <u>Фульгураторъ</u>. Въ пробирку <u>A</u> (черт. 74) вливаютъ растворъ соли металла и по платиновымъ проволокамъ <u>B</u> пропускаютъ токъ; искра разлагаетъ соль и окрашивается.

черт. 74



4) Вольтова дуга. Въ одномъ изъ углей дѣлаютъ маленькое углубленіе, куда и кладутъ кусокъ металла, спектръ паровъ котораго желаютъ получить.

Способъ спектральнаго анализа настолько чувствителенъ, что даетъ возможность обнаружить, напримѣръ, въ фульгураторѣ

$\frac{1}{14000000}$ часть натрія

$\frac{1}{4000000}$ часть лития

и $\frac{1}{100000000}$ часть стронція

Какъ было замѣчено, спектръ вещества въ парообразномъ состояніи содержитъ нѣкоторыя особыя, характерныя линіи; линіи эти даютъ возможность обнаруженія присутствія самой ничтожной доли вещества, а потому спектральный анализъ является самымъ чувствительнымъ анализомъ.

Но для того, чтобы получить въ спектрѣ эти характерныя линіи необходимо парообразное или газообразное состояніе вещества.

Происхожденіе этихъ линій можно себѣ объяснить такъ:

Различныя вещества различаются между собою своими молекулами, молекулы излучаютъ свѣтовую энергію, т. е. въ молекулахъ происходятъ періодическія колебанія (электрическія или матеріальныя) и потому она и излучаетъ свѣтовую энергію.

Молекула каждаго вещества даетъ колебанія опредѣленнаго періода, но она можетъ издавать и другія ~~тоны~~ колебанія, и другіе тоны, подобно тому, какъ это наблюдается со струною. Какъ отъ одной струны получается цѣлый рядъ звуковъ — обертоны, также и молекула кромѣ основного тона можетъ дать и другіе

тона.
Такимъ образомъ молекула даетъ начало не одному колебанію, а часто очень многимъ; напримѣръ водородъ даетъ 3 главныя линіи.
Для того, чтобы всѣ опредѣлическія колебанія молекулъ были осуществлены, необходимо, чтобы всѣ молекулы были удалены другъ отъ друга, т.е. чтобы каждая молекула была свободна. Если же сблизить молекулы, то между ними произойдетъ взаимодѣйствіе, и періодъ колебаній можетъ измѣниться.
Если сжимать газъ, то характерныя его линіи въ спектрѣ расширяются, и спектръ расплывается; можно представить себѣ, что въ твердомъ видѣ вещество такъ сгущено, что характерныя его линіи совершенно размыты. Переходъ отъ сплошного спектра данного вещества къ линейному совершается постепенно; кромѣ давленія на видъ спектра вліяетъ и температура. По ширинѣ и яркости линій можно кое-что заключить объ агрегатномъ состояніи вещества.
Поэтому было бы ошибочно сказать, что солнце представляетъ твердое тѣло, потому что оно даетъ сплошной спектръ со всѣми цвѣтами; оно можетъ быть и га-

лоса газообразными, но находящи-
ся подъ громаднымъ давленіемъ.

черт. 75.

электрич. | тепловой спектръ | цвѣтн.

Langley | r | v

$\lambda = 0{,}6$ снт. | $\lambda = 0{,}0018$ снт. | $\lambda = 0{,}0024$ снт. | $\lambda_r = 0{,}000076$ снт. | $\lambda_v = 0{,}000040$ снт.

Какъ извѣстно, свѣтовыя явленія суть результаты колебаній эфира и для насъ не важно, будетъ-ли это матеріальное колебаніе эфира, или колебаніе электромагнитныхъ силъ; человѣческій глазъ различаетъ только опредѣленныя колебанія отъ краснаго до фіолетоваго цвѣта (черт. 75) и что происходитъ за этими предѣлами спектра глазъ не различаетъ. Сколько-же колебаній въ секунду соотвѣтствуетъ этимъ цвѣтамъ? Вмѣсто числа колебаній въ 1 сек. выведемъ соотвѣтствующую длину волны λ.

$\lambda_r = 0{,}00076$ mm. } приблизительно
$\lambda_v = 0{,}00040$ mm. } $\lambda_r = 2\lambda_v$

Между длиной волны, числомъ колебаній и скоростью распространенія свѣтовой энергіи существуетъ зависимость. $N\lambda = V$

но $\lambda_r = 76.10^{-6}$ сантиметровъ,
а скорость свѣта $= 300000$ kilom. или
$30\,000\,000\,000$ сант. $= 3.10^{10}$ сантим.,

откуда $N_r = \frac{3.10^{10}}{76.10^{-6}} = \frac{300}{76} 10^{14} = 400.10^{12}$ (x)

(x) 10^{12} есть билліонъ, т.е. милліонъ милліоновъ.

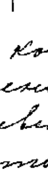
Таково число колебаній въ красномъ лучѣ. Для фіолетоваго луча число колебаній будетъ вдвое больше и

$$N_{ф} = 800 \cdot 10^{12}$$

Свѣтовые лучи занимаютъ въ спектрѣ, слѣдовательно, только одну октаву и за красными лучами есть лучи тепловые. Въ послѣднее время обращено особенное вниманіе на изученіе тепловаго спектра.

Langley придумалъ <u>болометръ</u> — приборъ, которымъ можно изучать тепловой спектръ съ большою точностью.

черт. 76.



Главную часть этого прибора составляетъ зачерненная проволока <u>a</u> (черт. 76), отъ нагрѣванія которой измѣняется ея сопротивленіе электрическому току; сопротивленіе проволоки можно измѣрить очень точно, а по нему можно судить и о температурѣ, до которой нагрѣта проволока.

Изслѣдуя тепловой спектръ, Langley нашелъ, что онъ идетъ приблизительно на 20 октавъ; недавно въ Берлинѣ Рубенсъ еще продолжилъ эти изслѣдованія и дошелъ до длины волны

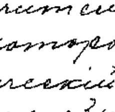
$$\lambda = 0,0024 \text{ сантиметра},$$

что составитъ около $\frac{1}{50}$ mm, а это такая длина, которую можно уже замѣтить глазомъ. Дальше энергія

становится уже такъ слаба, что болометромъ нельзя ничего заметить. Спектръ однако тутъ не кончается. Значительно левее предыдущей линіи, до которой дошелъ Рубенсъ, идетъ электрическій спектръ, открытый Герцемъ. Для обнаруженія лучистой энергіи въ этомъ спектре нужны особые приборы, — резонаторы Герца.

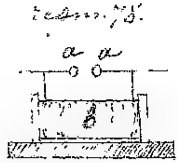
Представимъ себе, что где нибудь происходитъ электрическій разрядъ и отъ него исходятъ колебанія, распространяющіяся по всемъ направленіямъ; колебанія эти могутъ быть обнаружены по электрической искре между двумя шариками a (черт. 77) на концахъ изогнутой по кругу проволоки b. Замечательно, что скорость распространенія этихъ электрическихъ колебаній та же, что и света и лучистой теплоты; длина волны электрическихъ колебаній выражается уже въ метрахъ. Стремились уменьшить длину волны этихъ колебаній, чтобы передвинуться по линіи спектра вправо, и приблизиться къ тепловому спектру, подойдя къ нему съ другой стороны.

черт. 77.



Обнаружить электрическія колебанія съ очень малой длиной волны трудно, но возможно, при помощи

черт. 78.



очень небольшихъ вибраторовъ a (черт. 78), связанныхъ съ катушкой Румкорфа в. Недавно въ Москвѣ Лебедеву удалось построить такіе маленькіе вибраторы, что онъ обнаружилъ электрическія колебанія съ длиной волны въ 0,6 сант. и дальше идти по линіи спектра вправо этимъ путемъ намъ уже нельзя, но если-бы возможно было построить вибраторы еще меньшихъ размѣровъ съ весьма маленькими шариками a, то, идя по спектру вправо отъ линіи, гдѣ получена длина волны 0,6 сант., мы дошли бы, несомнѣнно, до тепловыхъ и даже свѣтовыхъ лучей, но вибраторы были бы въ этихъ случаяхъ уже чрезвычайно малы, напр. какъ молекулы.

Поэтому есть основаніе думать, что вся энергія по линіи спектра есть не что иное, какъ энергія электрическая, но длина волны въ нѣкоторыхъ частяхъ на столько мала, что она производитъ впечатлѣніе тепла или свѣта.

Такимъ образомъ въ спектрѣ остается еще практически не изслѣдованная полоса между предѣлами $\lambda = 0,0024$ и $\lambda = 0,6$ и извѣстно, что справа и слѣва отъ этой полосы происходятъ колебанія. Справа λ идетъ, уменьша-

ми, снова она идетъ, увеличиваясь, и въ этомъ направленіи до $\lambda = \infty$ имѣемъ дѣло съ электрической энергіей. Вправо отъ фіолетовой части спектра лежатъ ультра-фіолетовые, или, какъ ихъ иногда называютъ, химическіе лучи, а за ними находятся по всей вѣроятности лучи Рентгена.

Переходимъ теперь къ разсмотрѣнію закона Кирхгофа.

Обозначимъ черезъ E лучеиспускательную способность вещества, т. е. количество энергіи, испускаемой единицею поверхности даннаго вещества въ единицу времени, а черезъ A поглощательную способность вещества, т. е. ту часть падающей энергіи, которая поглощается даннымъ веществомъ.

Кирхгофъ нашелъ, что отношеніе

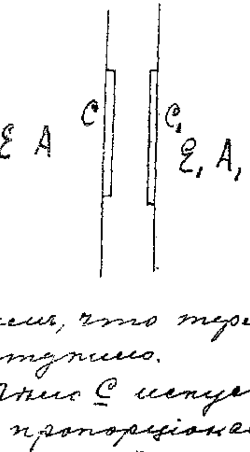
$$\frac{E}{A} = Const.$$

для всѣхъ тѣлъ при той-же температурѣ и для той-же λ, т. е. при $t = Const.$ и $\lambda = Const$; другими словами тѣ вещества, кои сильно испускаютъ данный видъ энергіи, должны и сильно поглощать ее.

Результатъ этотъ можно было бы предсказать и à priori на основаніи принципа резонанса. Мы знаемъ, что, напримѣръ, камертонъ можетъ звучать отъ вліянія другого звучащаго камертона одного съ нимъ тона, безъ всякаго удара; точно также и

и фортепiано отвѣчаетъ на ноту, взятую на другомъ фортепiано; явле-
-нiе это происходитъ потому, что и камертонъ, и фортепiано поглощаютъ энергiю отъ даннаго источника звука, и когда данная энергiя соотвѣтствуетъ какъ разъ тому перiоду колебанiй, которое тѣло можетъ испускать, то поглощенiе этой энергiи на столько велико, что камертонъ или струны фортепiано приходятъ въ колебанiе и издаютъ звуки. По этой аналогiи легко представить себѣ что вещество, испускающее данный видъ энергiи, можетъ въ свою очередь сильно ее и поглощать. Но мы докажемъ это теоретически.

черт. 79



Положимъ, мы имѣемъ двѣ сближенныхъ стѣнки (черт 79) и на одной вещество C, а на другой C_1. Пусть коэффицiенты ихъ лучеиспусканiя и поглощенiя соотвѣтственно будутъ E, A, E_1, A_1, и допустимъ, что термическое равновѣсiе уже наступило.

Тѣло C испускаетъ количество энергiи пропорцiональное E; часть этой энергiи будетъ поглощена тѣломъ C_1

и оно поглотитъ количество энергіи пропорціональное EA_1, другая-же часть энергіи $E(1-A_1)$ будетъ отражена тѣломъ C_1(*); часть этой отраженной энергіи будетъ поглощена тѣломъ C, которое поглотитъ, такимъ образомъ, $E(1-A_1).A$, другая-же часть этой энергіи, а именно $E(1-A_1).(1-A)$ будетъ снова отражена тѣломъ C и такимъ образомъ для перваго цикла количества энергіи, первоначально испущенной тѣломъ C, найдемъ:

C_1		C	
поглощ.	отраж.	поглощ.	отраж.
EA_1	$E(1-A_1)$	$E(1-A_1).A$	$E(1-A_1).(1-A)$

Во второмъ циклѣ количество энергіи, направляющейся къ тѣлу C_1, будетъ уже не E, а $E(1-A_1)(1-A)$; если коэффиціентъ при E назвать черезъ K, то получимъ, что въ первый разъ шло по направленію къ тѣлу C_1 количество энергіи E, а во второмъ уже EK. Легко убѣдиться, что при дальнѣйшихъ циклахъ коэффиціентъ при E будетъ все тоже K, но онъ будетъ возвышаться во 2, 3, 4 ...... степени, и количество энергіи, направляющееся къ тѣлу C_1 послѣдовательно будетъ:

$$E,\ EK,\ EK^2,\ EK^3,\ EK^4 \ldots\ldots$$

а все количество энергіи, поглощенной тѣломъ C, выразится такъ:

*) Мы предполагаемъ, что тѣла на столько близки, что нѣтъ потери энергіи въ сторону.

$$\mathcal{E}A_1[1+K+K^2+\ldots\ldots] = \mathcal{E}A_1\frac{1}{1-K}^{(x)}\ldots\ldots(а)$$

Таково полное количество энергіи, которое тѣло $\underline{C_1}$ получитъ отъ $\underline{C}$; но оно получитъ еще обратно и часть той энергіи, которое оно само испускаетъ. Тѣло $\underline{C_1}$ первоначально испускаетъ количество энергіи $\underline{E_1}$, часть которой E_1A будетъ поглощена тѣломъ $\underline{C}$, а другая часть $E_1(1-A)$ будетъ отражена обратно къ тѣлу $\underline{C_1}$, которое поглотитъ отъ этой энергіи часть $E_1(1-A)A_1$, а другую ея часть $E_1(1-A).(1-A_1)$ снова отразитъ къ тѣлу $\underline{C}$ и т. д. повторяя почти дословно тѣ-же разсужденія, мы найдемъ, что количество энергіи $\underline{E_1}$, первоначально испущенное тѣломъ $\underline{C_1}$, распредѣлится такъ:

C		C₁	
поглощ.	отраж.	поглощ.	отраж.
E_1A	$E_1(1-A)$	$E_1(1-A)A_1$	$E_1(1-A)(1-A_1)=E_1K$
.....	.....	$E_1(1-A)K.A_1$	.....
.....	.....	$E_1(1-A)K^2A_1$	.....
.....	.....	.....	.....
		$E_1(1-A)K^{\mu}A_1$	.....

Суммируя энергію, поглощенную тѣломъ $\underline{C_1}$, составляющую часть собственной первоначально испущенной энергіи, мы найдемъ, что тѣло $\underline{C_1}$ еще получитъ

$$E_1A_1(1-A)\sum_{\mu=0}^{\mu=\infty}K^{\mu} = E_1A_1(1-A)\frac{1}{1-K}\ldots\ldots(в)$$

(x) дробь есть сумма членовъ убывающей геометрической прогрессіи со знаменателемъ $\underline{K}$.

Полное количество энергіи, полученное тѣломъ С., выразится суммою выраженій (а) и (в). По условію термическаго равновѣсія С должно получать столько-же энергіи, сколько оно и отдаетъ, а отдаетъ оно E_1, а значитъ должно быть, чтобы

$$E A_1 \frac{1}{1-K} + E_1 A_1 (1-A)\frac{1}{1-K} = E_1$$

развертывая это выраженіе и подставляя въ него значеніе К найдемъ:

$$EA_1 + E_1A_1 - E_1AA_1 = E_1[1-1+A+A_1-AA_1]$$

откуда: $EA_1 = E_1A$ или

$$\text{- - - -} \quad \frac{E}{A} = \frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = Const.$$

т. е. мы и доказали законъ Кирхгофа.

Если допустимъ, что одно изъ тѣлъ абсолютно черное, т. е. что оно поглощаетъ всю энергію на него падающую(x); то коэффиціентъ поглощенія его будетъ единица, и мы получ.:

$$\frac{E}{A} = \frac{e}{1} = e = f(t, \lambda)$$

т. е. отношеніе $\frac{E}{A}$ равно лучеиспускательной способности абсолютно чернаго тѣла, а она въ свою очередь есть функція отъ t и λ. Отсюда видно, что температура, при которой появляются какіе-нибудь лучи (т. е. опредѣленная λ) — красные, фіолетовые и т. д. — одинакова для всѣхъ тѣлъ.

Теперь мы можемъ объяснить теорію спектра поглощенія. Если мы

(x) Это имѣетъ мѣсто напр. для сажи для свѣтовой и отчасти тепловой части спектра.

возникаетъ напримѣръ, водородъ, то получимъ въ его спектрѣ нѣкоторыя опредѣленныя линіи; но если мы пропустимъ черезъ водородъ бѣлый свѣтъ, то въ спектрѣ мы не получимъ именно линій, соотвѣтствующихъ линіямъ водорода, и происходитъ это потому, что у водорода бываетъ поглощательная способность къ тѣмъ лучамъ, которые даютъ въ спектрѣ его линіи,(x) и онъ ихъ поглотитъ.

Основываясь на этомъ фактѣ, ученые изучали линіи, которыми изборожденъ солнечный спектръ (линіи Фраунгофера), и старались найти тѣла, пары которыхъ даютъ въ спектрѣ свѣтлыя линіи, соотвѣтствующія темнымъ линіямъ въ спектрѣ солнца. Бунзенъ и Кирхгофъ впервые занялись этимъ изслѣдованіемъ и нашли совпаденіе громаднаго числа линій. Шведскіе ученые Энгстремъ и Таленъ повѣрили совпаденіе 450 линій для желѣза. Подобныя изслѣдованія показали, что на солнцѣ есть многія тѣла, которыя находятся и на землѣ, какъ то: желѣзо, натрій, хромъ, никель, водородъ и т. д. нѣкоторыя-же тѣла, какъ-то золото, алюминій, мышьякъ, свинецъ и друг. повидимому не находятся на солнцѣ.

(x) т. е. которые онъ самъ можетъ испускать.

Пользуясь спектральным анализом, мы можем определить состав тел, находящихся от нас на громадном разстоянии — звѣздъ, и несмотря на всю громадность этого разстояния спектроскопъ позволяетъ намъ сдѣлать это. Спектральный анализъ звѣздъ показалъ, что в нихъ есть вещества, находящіяся и на землѣ, но есть и такія, которыхъ на землѣ нѣтъ; желѣзо и натръ, например, находятся въ значительномъ количествѣ на звѣздѣ α Lyrae.

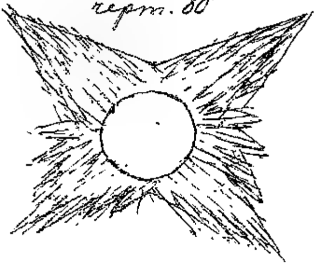
Планетное и луна даютъ въ общемъ отраженный свѣтъ; на Марсѣ удалось замѣтить присутствіе паровъ воды, что подтверждаетъ гипотезу объ обитаемости Марса.

Можно также получить и спектры туманностей и сдѣлать кое-какія заключенія о давленіи и температурѣ в нихъ. Такимъ-же точно образомъ обнаружено, что въ атмосферѣ солнца находится водородъ, въ которомъ происходятъ большія изверженія на поверхности солнца. Изверженія эти называются протуберанцами; верхнія части протуберанцевъ состоятъ изъ водорода, в нижнихъ-же частяхъ находится желѣзо, кальцій, барій. На поверхности солнца образуются еще громадные вихри, которые суть солнеч-

-ней пятна.

Вне солнечной атмосферы находится такъ называемая солнечная корона; видѣть ее можно только во время полныхъ солнечныхъ затмѣній. Солнечная корона имѣетъ неправильную форму, а въ спектрѣ ея замѣчена характерная зеленая линія вещества неизвѣстнаго на землѣ, получившаго названіе Коронія.

черт. 80



Приблизительный видъ солнечной короны, на основаніи снимковъ, сдѣланныхъ во время полныхъ солнечныхъ затмѣній, представленъ на чертежѣ 80.

Спектральный анализъ кометъ показалъ, что въ нихъ вещества находятся въ крайне разрѣженномъ состояніи.

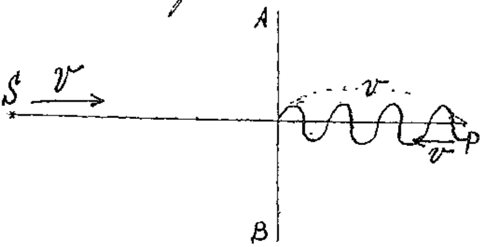
Эти очень интересные факты суть результаты спектральныхъ анализовъ, но это еще не все, что даетъ спектроскопъ; онъ даетъ еще много новое и неожиданное, даетъ больше, чѣмъ отъ него можно было ожидать.

Напомнимъ раньше нѣкоторыя явленія акустики. Всѣмъ извѣстенъ фактъ, что въ двухъ встрѣчныхъ поѣздахъ въ моментъ прохода встрѣ-

наго паровоза тонъ отъ его свистка сразу понижается и происходитъ это потому, что когда звучащее тѣло находится въ движеніи, то число толчковъ, получаемое ухомъ въ секунду иное, нежели когда тѣло находится въ покоѣ.

Мы пояснимъ это подробнѣе

черт. 81.



Пусть отъ источника S распространяется по прямой SP свѣтовое или звуковое движеніе со скоростью V; пусть въ точкѣ P находится глазъ или ухо, и оно движется навстрѣчу движенію отъ S со скоростью v. Пусть также

$$\lambda N = V \text{ откуда } N = \frac{V}{\lambda},$$

гдѣ N число колебаній, соотвѣтствующее данному виду энергіи, λ длина волны, а V - скорость распространенія энергіи. Глазъ или ухо получитъ въ секунду N волнъ, но идя на встрѣчу движенію, еще содержитъ еще тѣ волны, которые встрѣтитъ на своемъ пути, т. е.

$$n, \text{ гдѣ } n\lambda = v \text{ или } n = \frac{v}{\lambda}$$

и полное число колебаній, воспринимаемое глазомъ или ухомъ, будетъ:

$$N' = N + n$$

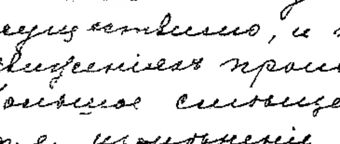
или так: $\frac{N'}{N} = \frac{N+n}{N} = \frac{V+v}{V}$ . . . (c)

откуда видно, что при движеніи глаза или уха на встрѣчу падающей энергіи, число колебаній увеличивается, и тонъ повышается, и обратно, тонъ понижается при удаленіи уха отъ источника звука. Это вполнѣ справедливо и для звука и свѣта.

Если мы замѣтимъ въ спектрѣ какую-нибудь характерную линію, и, если тѣло движется къ намъ, то выходитъ, что тонъ какъ бы повышается, а потому линія въ спектрѣ должна сдвинуться къ фіолетовому концу, и при громадной скорости движенія, напримѣръ, красное тѣло можетъ показаться синимъ.

На самомъ дѣлѣ это конечно несущественно, и при очень большихъ движеніяхъ происходитъ очень небольшое смѣщеніе линій спектра т. е. измѣненіе цвѣта получается ничтожное.

черт. 82



Если-же сравнить положеніе характерной линіи a (черт. 82), полученной въ спектрѣ небеснаго тѣла, съ положеніемъ тойже характерной линіи α, полученной въ спектрѣ

земнаго тѣла, что по смѣщенію линій, т. е. по измѣненію тона, по формулѣ (С) можемъ опредѣлить и скорость нашего движенія съ небеснымъ тѣломъ по направленію луча зрѣнія.

Для того чтобы опредѣлить скорость небеснаго тѣла перпендикулярную лучу зрѣнія, нужны многолѣтнія наблюденія.

Этотъ принципъ, называемый принципомъ Допплера-Физо, былъ провѣренъ Фогелемъ для солнца; изъ сравненія спектровъ обоихъ краевъ солнца получается маленькое смѣщеніе линій, а это показываетъ, что солнце вращается.

Было бы очень интересно въ лабораторіи дать такую скорость тѣлу, чтобы въ спектрѣ его замѣтить смѣщеніе линій; достигнуть этого, конечно, очень трудно, но надъ этимъ теперь работаетъ въ Пулковѣ Бѣлопольскій, который достигъ уже громадныхъ скоростей съ электро-двигателями, но окончательно еще опытъ не удался.

Наблюденія, произведенныя надъ смѣщеніемъ линій спектра для нѣкоторыхъ звѣздъ, дали слѣдующіе результаты:

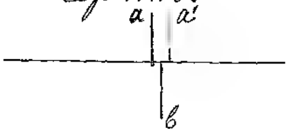
Звѣзда Capella, разстояніе до которой такъ велико, что свѣтъ отъ нея

доходитъ до насъ только черезъ 71½ года, удаляется отъ насъ со скоростью +25 Kilmt. въ секунду.

Наша солнечная система приближается къ звѣздѣ β Hercules со скоростью 35 Kilmt.; звѣзда α Tauris (Aldebaran) удаляется отъ насъ со скоростью +49 Kilmt.

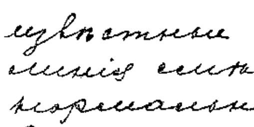
Особенный интересъ представляетъ изученіе двойныхъ звѣздъ. Есть такія двойныя звѣзды, гдѣ одна звѣзда не видна, и, изслѣдуя спектры такихъ звѣздъ, и слѣдя за перемѣщеніемъ характерныхъ линій, мы можемъ замѣтить, что въ

черт. 83.



извѣстные моменты характерная линія смѣщается въ a', вправо отъ нормальной линіи b (черт. 83), въ другіе-же моменты она находится въ a, влѣво отъ нормальной линіи b. Это значитъ, что источникъ свѣта то приближается къ намъ, то удаляется, т. е. звѣзда вращается около нѣкотораго центра (черт. 84). Есть звѣзды, которыя кажутся одинарными, но характерныя ихъ линіи въ спектрѣ

черт. 84.



перемѣщаются и бываютъ то справа,

то сильно отъ нормальной линіи,— это значитъ, что звѣзда вращается, но вращается она непремѣнно около какой-нибудь массы, — иначе оно быть не можетъ. — Скорость движенія такой звѣзды мы можемъ опредѣлить по смѣщенію ея линій въ спектрѣ; наблюдая крайнія положенія <u>a</u> и <u>a'</u> (черт. 83) этихъ-же линій въ спектрѣ, можемъ опредѣлить ея время обращенія T, а слѣдовательно и радіусъ R ея орбиты, предполагая ее круговой.

Зная R и T, можно кое-что заключить и о массѣ всей системы.

Изъ всего изложеннаго видно, что спектроскопъ даетъ намъ возможность знать, что дѣлается почти въ безконечныхъ удаленіяхъ отъ насъ, но въ то-же время онъ позволяетъ намъ наблюдать отчасти и то, что происходитъ въ мельчайшихъ частицахъ вещества.

Отдѣлъ III

Физическая оптика

Математическія основанія теоріи волненій.

Оптика предполагаетъ, что явленія свѣта суть результатъ пертурбацій, происходящихъ въ эфирѣ; въ чемъ собственно состоятъ эти пертурбаціи, т.е. происходятъ-ли механическія колебанія частицъ эфира, или колебаніе электромагнитныхъ силъ, — для насъ не важно; для насъ важно лишь, что пертурбаціи эфира періодичны. Для болѣе наглядного представленія удобнѣе представить себѣ, что происходятъ механическія движенія частицъ эфира, происходящія по прямой линіи взадъ и впередъ, и мы будемъ придерживаться этого представленія.

Между свѣтовыми и звуковыми явленіями есть много сходства; такъ, напримѣръ, то, что въ акустикѣ называется высотою тона, — въ оптикѣ будетъ цвѣтъ лучa; число колебаній для средняго тона въ акустикѣ La будетъ 435, а для средняго тона въ оптикѣ, т.е. для желтаго цвѣта будетъ 500.10^{12}. Скорость звука соотвѣтствуетъ 0,333 kilomtr, а скорость свѣта 300 000 km

и т. д. Но между звуковыми и свѣтовыми явленіями существуетъ и принципіальное различіе.

Звуковыя волны въ воздухѣ суть колебанія продольныя, т. е. частицы воздуха движутся по линіи распространенія звука.

Свѣтовыя-же волны суть результатъ колебаній частицъ по направленію перпендикулярному къ направленію распространенія свѣта, т. е. это колебанія поперечныя, что слѣдуетъ, какъ увидимъ дальше, изъ факта поляризаціи свѣта. Такой характеръ свѣтовыхъ колебаній выдвигаетъ очень сложный вопросъ.

Поперечныя колебанія возможны лишь въ твердыхъ тѣлахъ, въ тѣлахъ-же жидкихъ и газообразныхъ такія колебанія не осуществимы. По нашему представленію эфиръ есть крайне разряженное вещество, а свѣтовыя явленія производятъ въ немъ поперечныя колебанія! Выходитъ, что разряженный эфиръ обладаетъ свойствами твердаго тѣла.

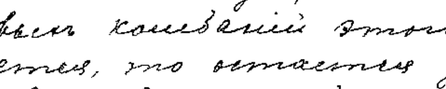
Замѣтимъ, что эфиръ, какъ носитель къ намъ солнечной энергіи, есть конечно вещество матеріальное, но разряженное до такой крайней степени, что онъ не представля-

етъ даже сопротивленія движенію небесныхъ тѣлъ. Хотя вопросъ объ этомъ сопротивленіи и не рѣшенъ еще окончательно, но оно такъ ничтожно, что его не удалось еще замѣтить до сихъ поръ, не смотря на высокую точность наблюденій, достигнутой современной наукой.

Основное свойство жидкостей и газовъ состоитъ въ томъ, что давленіе въ нихъ передается одинаково во всѣ стороны, и если эфиръ такъ разрѣженъ, то и въ немъ давленіе должно было бы передаваться совершенно также, а если для свѣтовыхъ колебаній этого не наблюдается, то остается допустить, что свѣтовыя колебанія совершаются такъ быстро, что эфиръ не поспѣваетъ передать эти колебанія по всѣмъ направленіямъ, и потому выходитъ, что онъ обладаетъ какъ бы свойствами твердаго тѣла.

Разсмотримъ законы колебанія въ изотропной (x) средѣ.

черт. 85.



Пусть по линіи АВ (черт. 85) распространяется свѣтовое движеніе, и положимъ точка М выведена изъ положенія равновѣсія и пришла въ точку P;

(x) обладающей одинаковыми свойствами по всѣмъ направленіямъ.

точка будетъ стремиться вернуться въ положеніе M; — спрашивается, какой будетъ характеръ ея движенія?

Точка будетъ колебаться около M подобно маятнику, и мы докажемъ это математически.

Если мы обозначимъ: черезъ m массу частицы, черезъ y пройденное ею пространство, черезъ $u = \frac{dy}{dt}$ ея скорость, а черезъ $\frac{d^2y}{dt^2}$ ея ускореніе, то дифференціальное уравненіе движенія частицы представится такъ:

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -F(y) \quad (\times)$$

мы приписали дѣйствующей силѣ знакъ минусъ (−), ибо она стремится привести частицу въ положеніе равновѣсія, т.е. уменьшить y.

Дѣйствующая сила конечно зависитъ отъ среды и à priori извѣстно, что при $y = 0$ и $F(y) = 0$

Разложимъ дѣйствующую силу въ рядъ по строкѣ Маклорена

$$F(y) = cy + C_1 y^2 + \ldots\ldots$$

Постояннаго члена въ строкѣ не будетъ, ибо, какъ мы уже сказали, $F(y)_{y=0} = 0$ (т.е. при $y - 0$.). Такъ какъ y вообще весьма мало, то въ 1омъ приближеніи пренебрегаютъ высшими степенями y и допускаютъ, что сила пропорціональна 1ой степени y. Дифференціальное уравненіе движенія

(×) $F(y)$ есть дѣйствующая сила.

напишется въ такомъ случаѣ такъ:

$$m\,\frac{d^2y}{dt^2} = -cy$$

обозначимъ комбинацію $\frac{c}{m}$ черезъ p^2 и тогда дифференціальное уравненіе колебательнаго движенія напишется въ слѣдующемъ основномъ видѣ.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + p^2y = 0. \qquad (I)$$

Общій интегралъ этого уравненія будетъ такого вида:

$$y = f(t, A, B)$$

гдѣ A и B постоянныя величины, соотвѣтствующія двумъ интегрированіямъ которыя придется сдѣлать съ уравненіемъ (I) для нахожденія y, какъ функціи отъ t.

Мы покажемъ здѣсь общій пріемъ для рѣшенія дифференціальныхъ уравненій вида (I)

Обыкновенно стараются найти этотъ интегралъ, представивъ y въ такомъ видѣ

$$y = e^{\alpha t} \; . \; . \; . \; . \; . \; (в)$$

и пробуютъ найти такое α, которое удовлетворяло бы уравненію (I); беремъ для этого производныя отъ выраженія (в)

$$y' = \alpha e^{\alpha t}$$

$$y'' = \alpha^2 e^{\alpha t}$$

Подставивъ эти значенія y' и y'' въ уравн. (I), находимъ:

$$e^{\alpha t}[\alpha^2 + p^2] = 0$$

такъ какъ α осталась въ нашемъ распоряженіи, то мы можемъ ее такъ подобрать, чтобы это уравненіе было удовлетворено, а именно найдемъ ея значенія изъ уравненія

$$\alpha^2 + p^2 = 0$$

корни этого уравненія суть:

$$\alpha_1 = +pi$$

$$\alpha_2 = -pi.$$

Подставивъ это значеніе α въ уравненіе (b), найдемъ, что оно удовлетворитъ уравненію (I). Если уравненіе (b) умножимъ на постоянную произвольную, то уравненіе (I) все-таки останется удовлетвореннымъ, и такимъ образомъ мы получ.:

$$y = C_1 e^{pit} + C_2 e^{-pit}\,{}^{(x)} \quad . \; . \; . \; . \; (c)$$

и дѣйствительно такой y удовлетворяетъ основному уравненію, ибо

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -p^2 C_1 e^{pit} - p^2 C_2 e^{-pit} = -p^2 y$$

значитъ уравненіе (c) и представляетъ общій интегралъ основного уравненія (I); однако уравненіе (c) очень неудобно, ибо въ показателѣ получился мнимый знакъ.

Извѣстно, что по формуламъ Эйлера

$$e^{pit} = \cos pt + i \sin pt$$

и $$e^{-pit} = \cos pt - i \sin pt$$

и подставивъ это въ выраженіе (c),

(x) каждое слагаемое есть частное рѣшеніе уравненія (I), а выраженіе (c) есть общее рѣшеніе.

мы найдемъ:

$$y = C_1 \operatorname{Cos} pt + iC_1 \operatorname{Sin} pt$$
$$+ C_2 \operatorname{Cos} pt - C_2 i \operatorname{Sin} pt$$

или $y = (C_1 + C_2) \operatorname{Cos} pt + (C_1 - C_2) i \operatorname{Sin} pt$

Постоянныя произвольныя C_1 и C_2 въ нашемъ распоряженіи, и мы можемъ ихъ выбрать хотя бы и мнимыми, — такъ однимъ

$$C_1 = \tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}B\sqrt{-1} = \tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}Bi$$
$$C_2 = \tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B\sqrt{-1} = \tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}Bi$$

Въ такомъ случаѣ будетъ

$$C_1 + C_2 = A$$
$$C_1 - C_2 = -Bi$$

И нашъ интегралъ приведется къ такому виду:

$$y = A \operatorname{Cos} pt + B \operatorname{Sin} pt \quad \ldots \text{(II)}$$

Гдѣ A и B будутъ величинами вещественными. Уравненіе (II) есть новое выраженіе общаго интеграла уравненія (I), ибо легко убѣдиться, что вторая производная этого выраженія по t будетъ сама функція y, умноженная на $-p^2$ и вставивъ это ея выраженіе въ уравненіе (I), отъ сложенія $-yp^2$ и $+py''$ мы дѣйствительно получимъ нуль. Уравненіе (II) можетъ быть представлено въ еще болѣе удобной формѣ.

Введемъ въ это уравненіе множитель $+\sqrt{A^2+B^2} = a$ и напишемъ это уравненіе такъ $y = \sqrt{A^2+B^2}\left[\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}} \operatorname{Cos} pt + \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}} \operatorname{Sin} pt\right]$

Назовемъ $\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}} = \operatorname{Sin} \varphi$ и $\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}} = \operatorname{Cos} \varphi$

мы можемъ это сдѣлать, ибо сумма квадратовъ какъ первыхъ, такъ и вторыхъ частей, равна единицѣ.

Уравненіе (II) можетъ быть представлено теперь такъ:

$$y = a[\sin\varphi \cos pt + \cos\varphi \sin pt]$$

или окончательно

$$y = a \sin(pt + \varphi) \quad . \; . \; . \; . \; (III)$$

причемъ уголъ φ можетъ быть опредѣленъ изъ уравненія: $tg\,\varphi = \frac{A}{B}$.

Такимъ образомъ, зная A и B, можемъ опредѣлить и a и φ, а при помощи ихъ можемъ представить общій интегралъ уравненія (I) въ очень удобной формѣ (III).

Изъ уравненія (III) легко видно, что y можетъ измѣнять свое значеніе съ перемѣнной t между $+a$ и $-a$, которые конечно представляютъ наибольшее удаленіе точки, т. е. амплитуду этого колебательнаго движенія.

Аргументъ синуса въ этомъ выраженіи есть не что иное, какъ фаза движенія. φ есть фаза для момента $t=0$, а потому φ и называютъ начальной фазой. Отсюда видно, какое простое значеніе получаютъ обѣ постоянныя, введенныя нами при интегрированіи; одна изъ нихъ опредѣляетъ амплитуду (т. е. величину наибольшаго размаха), другая — начальную фазу, которая въ свою очередь зависитъ отъ начала счета времени.

Легко видеть, что происшедшее движеніе будетъ періодическое, колебательное. Когда фаза, т.е. аргументъ у синуса увеличится на 2π, то y приметъ свое первоначальное значеніе, соотвѣтствующій этому періодъ времени будетъ періодомъ движенія; обозначимъ полный періодъ черезъ τ. Мы имѣемъ:

$$p(t+\tau)+\varphi = pt+\varphi+2\pi$$

откуда $p\tau = 2\pi$

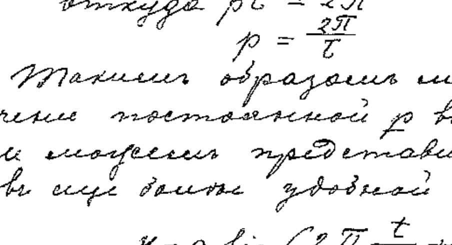
$$p = \frac{2\pi}{\tau}$$

Такимъ образомъ мы нашли значеніе постоянной p въ уравненіи (I) и можемъ представить уравненіе III въ слѣдующей болѣе удобной формѣ.

$$y = a \sin\left(2\pi\frac{t}{\tau}+\varphi\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (IV)$$

гдѣ τ зависитъ отъ упругихъ свойствъ данной среды. Въ этомъ и состоитъ основное уравненіе движенія эфирной частицы.

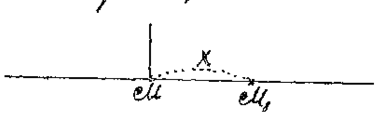
черт. 86.



Представимъ это движеніе графически, мы получимъ синусоиду (черт. 86); a остается всегда положительнымъ, такъ какъ у корня мы брали знакъ плюсъ.

Опредѣлимъ, что происходитъ отъ такого движенія точки M

черт. 87.



въ близь лежащей къ ней точкѣ M_1. Если одна частица вышла изъ положенія равновѣсія, то она стремится потянуть за собой другую та-слѣдующую, и т. д. и такимъ образомъ движеніе передается и другимъ частицамъ, и онѣ приходятъ въ такое-же колебательное движеніе, какъ и частица M. но движеніе передается съ запаздываніемъ, а именно съ нѣкоторой скоростью, которая зависитъ отъ свойствъ среды, и мы будемъ опредѣлять эту скорость пространствомъ, которое проходитъ движеніе въ единицу времени, и обозначать ее буквою v.

Если въ моментъ t точка M находилась въ нѣкоторомъ удаленіи отъ положенія равновѣсія (величина y), то точка M_1 будетъ въ томъ-же удаленіи отъ положенія равновѣсія въ моментъ

$$t + \frac{x}{v}$$

Если-же въ моментъ t точка M_1 находилась въ нѣкоторомъ удаленіи, то точка M была въ томъ-же удаленіи раньше, т.е. въ моментъ

$$t - \frac{x}{v}$$

Если мы теперь будемъ относить время къ точкѣ M_1, то уравненіе (IV)

напишется такъ:

$$y_1 = a_1 \sin\left(2\pi \frac{t - \frac{x}{v}}{\tau} + \varphi\right)$$

здѣсь поставлена другая амплитуда a_1, ибо движеніе могло ослабнуть.

Отбрасывая всѣ индексы, можемъ сказать, что вообще волнообразное движеніе можетъ быть представлено такъ

$$y = a \sin\left(2\pi \frac{t - \frac{x}{v}}{\tau} + \varphi\right)$$

гдѣ x представляетъ удаленіе отъ того центра, отъ котораго считаютъ начало движенія, — и это есть общее уравненіе волнообразнаго движенія по линіи распространенія луча, и изъ него можемъ получить дѣйствительныя удаленія разныхъ точекъ для того же t, но разныхъ x.

Изъ этого уравненія легко видно, что значенія y повторяются, и если назвать

$$v\tau = \lambda \quad . \quad . \quad . \quad (V)$$

то найдемъ, что для этого нужно, чтобы

$$2\pi \frac{x + \lambda}{v\tau} = 2\pi \frac{x}{v\tau} + 2\pi$$

и наше основное уравненіе движенія напишется въ слѣдующемъ основномъ видѣ

$$y = a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (VI)$$

гдѣ λ есть длина волны, т. е. каждый разъ, что x измѣняется на λ, фаза будетъ та-же самая и, слѣд.

вательно y приметъ то-же значеніе. Въ этомъ уравненіи T есть періодъ полнаго размаха и вмѣсто него можно ввести число колебаній въ 1ˢ и, назвавъ его буквою N, получимъ:

$$N = \frac{1}{T} \text{ или } NT = 1 \quad . \; . \; . \quad (VII)$$

Формулы (V), (VI), и (VII) суть основныя формулы волнообразнаго движенія и относятся вообще къ какому угодно волнообразному движенію и годны какъ для случаевъ свѣтовыхъ, такъ и электрическихъ, тепловыхъ и т. д.

Какъ было уже указано, длина волны для свѣтовыхъ лучей слѣдующая: для красныхъ: $\lambda_r = 0,000076$ сант.
и фіолетовыхъ: $\lambda_v = 0,000040$ — "

Въ тепловыхъ лучахъ мы указали на $\lambda = 0,0024$ сант.

и вообще каждый цвѣтъ или каждая спектральная линія характеризуетъ нѣкоторое опредѣленное число колебаній; иногда говорятъ, что они характеризуются длиною волны, но въ такомъ случаѣ, надо прибавлять въ пустотѣ, ибо, какъ извѣстно, λ зависитъ отъ скорости распространенія свѣта, а эта послѣдняя зависитъ отъ среды. Поэтому и удобнѣе говорить вообще о числѣ колебаній, которое остается безъ измѣненій.

Переходя теперь къ скорости свѣта мы укажемъ тутъ прежде всего

на то, что вообще возможно доказать, что скорость распространенія волнообразнаго движенія поперечныхъ колебаній можетъ быть выражена такъ

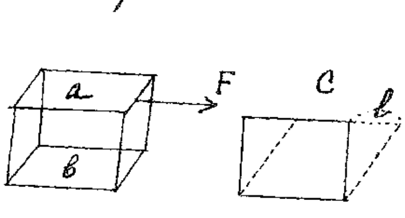
$$V = \sqrt{\frac{E}{\delta}}$$

гдѣ δ есть масса единицы объема среды, а E нѣкоторый коэффиціентъ упругости.

Представимъ себѣ слои, которые скользятъ одинъ по другому и передаютъ такъ движеніе все дальше и дальше; скорость свѣта зависитъ оттого съ какою легкостью происходитъ въ слояхъ этотъ сдвигъ.

Посмотримъ, что представляетъ собою коэффиціентъ E. Представимъ себѣ кубъ (черт. 88), каждая сторона коего равна единицѣ и къ верхнему основанію коего a, приложена сила F, дѣйствующая параллельно плоскости этого основанія, тогда какъ нижнее основаніе b остается неподвижно. Отъ дѣйствія такой силы кубъ придетъ въ положеніе C, т.е. сместится на величину l; причемъ объемъ его останется безъ измѣненія.

черт. 88.



Комбинація $\frac{F}{\rho} = \mathfrak{E}$ и есть коэффиціентъ $\mathfrak{E}$. Доказательство этого мы опускаемъ, а пояснимъ лишь значеніе $\mathfrak{E}$.

Какъ извѣстно, скорость свѣта различна въ различныхъ средахъ, а на основаніи приведенной формулы это можетъ происходить либо оттого, что измѣняется $\mathfrak{E}$, либо измѣняется δ, либо и то и другое вмѣстѣ. Относительно этихъ измѣненій существуютъ двѣ противоположныя теоріи. Одна теорія принадлежитъ F. Neumann'у, который считаетъ, что $\mathfrak{E}$ есть перемѣнная величина, а δ — постоянная — плотность эфира.

Другую теорію высказалъ Fresnel, и онъ считаетъ $\mathfrak{E}$ постоянной, а δ перемѣнной. Всѣ явленія оптики могутъ быть объяснены какъ по одной, такъ и по другой теоріи. Всѣ попытки указать, которая именно теорія вѣрнѣе, ни къ чему не привели, и вопросъ остается открытымъ.

Проведемъ мысленно плоскость черезъ прямыя OP и Py (черт. 86). Мы знаемъ, что эфирная частица совершаетъ въ пространствѣ колебанія взадъ и впередъ, и, если эти колебанія эфира совершаются въ одной плоскости, то свѣтъ называ-

вается поляризованнымъ; если-же частица измѣняетъ плоскость своихъ колебаній, то свѣтъ называется неполяризованнымъ.

Вообще говоря, свѣтъ не поляризованъ — но какъ это понять? Это значитъ, что плоскость колебаній все время скачками мѣняетъ свое направленіе, и это дѣйствительно происходитъ въ естественномъ свѣтѣ. Измѣненіе положенія плоскости поляризаціи происходитъ очень неправильно, повидимому безъ всякаго закона.

Поляризованный-же свѣтъ — это такой свѣтъ, гдѣ плоскость колебаній все время сохраняетъ свое направленіе.

Теорія Неймана сводится къ тому, что колебанія частицы происходятъ въ плоскости поляризаціи; по Френелю-же колебанія совершаются въ плоскости перпендикулярной къ плоскости поляризаціи. И то и другое предположеніе даетъ тѣ-же результаты, и нельзя рѣшить, кто правъ, пока мы стоимъ на точкѣ зрѣнія матеріальнаго движенія, если-же мы перейдемъ къ теоріи электромагнитной, то у будетъ электростатическая сила все время измѣняющая свое направленіе, а, какъ извѣстно, такая сила даетъ

перпендикулярную колеблющуюся магнитную силу.

Таким образом одновременно происходятъ и тѣ и другія колебанія и споръ Неймана и Френеля сводится, слѣдовательно, къ тому — что вызываетъ ощущеніе свѣта — электрическія или-же магнитныя колебанія?

Перейдемъ къ вопросу, отчего зависитъ сила свѣта, для чего вернемся опять къ матеріальной теоріи.

Мы можемъ сказать à priori, что интенсивность свѣта зависитъ отъ живой силы движенія частицы эфира взадъ и впередъ, и если мы назовемъ черезъ J напряженіе свѣта, то получимъ:

$$J = C\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \quad (x)$$

гдѣ C есть коэффиціентъ пропорціональности, зависящій отъ эфира.

Если мы возьмемъ производную по t отъ уравненія (VI), то получимъ:

$$u = \frac{dy}{dt} = \frac{2\pi a}{\tau} \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right)$$

какъ видно скорость есть функція времени, а это значитъ, что сила свѣта измѣняется отъ нуля, что будетъ когда аргументъ косинуса будетъ равенъ 90°, до maximum'a, когда

(x) производная $\frac{dy}{dt}$ есть скорость, — она входитъ во 2ой степени ибо J пропорціонально, какъ сказано, живой силѣ.

аргументъ косинуса будетъ 0°, и мы получимъ:

$$U_{max} = \frac{2\pi a}{\tau}$$

изъ этого слѣдуетъ, что J будетъ также мѣняться въ слѣдующихъ предѣлахъ:

$$J_{min} = 0; \quad J_{max} = C\left(\frac{2\pi a}{\tau}\right)^2$$

Но эти измѣненія въ интенсивности свѣта происходятъ въ теченіе одного періода, т. е. τ, которое равно

$$\tau = \frac{1}{500 \cdot 10^{12}}$$ для желтаго луча.

и, конечно, глазъ не въ состояніи подмѣтить такихъ мгновенныхъ измѣненій, и свѣтъ намъ кажется одинаковымъ, но за какой-нибудь періодъ мы улавливаемъ нѣкоторое среднее напряженіе; опредѣлимъ это среднее напряженіе = $J_{средн}$. Оно будетъ:

$$J_{средн.} = C\frac{1}{\tau}\int_{t_0}^{t_0+\tau}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 dt$$

и этотъ интегралъ надо взять въ предѣлахъ одного періода, и совершенно безразлично, отъ какого момента считать время и, если, напримѣръ, за начальный моментъ взять t_0, то предѣлы интеграла будутъ t_0 и $t_0+\tau$. Мы вычислили уже значеніе производной $\frac{dy}{dt}$, но какъ видно въ ней у косинуса получается очень сложный аргументъ. Обозначимъ

$$2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi = \alpha$$

тогда $dt = \frac{\tau}{2\pi}\, d\alpha$

и $\quad 2\pi\left(\frac{t_0}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi = \alpha_0$

и значитъ $\frac{dy}{dt} = \frac{2\pi a}{\tau} \cos\alpha$

а $\underline{J}$ средн. выразится такъ:

$$J_{средн.} = C\cdot\frac{1}{\tau}\cdot\frac{4\pi^2 a^2}{\tau^2}\cdot\frac{\tau}{2\pi}\int_{\alpha_0}^{\alpha_0+2\pi}\cos^2\alpha\, d\alpha$$

ибо изъ написанныхъ уравненій ясно, что, увеличивая время на $\underline{\tau}$, мы увеличиваемъ $\underline{\alpha}$ на $\underline{2\pi}$. Послѣ всѣхъ сокращеній J средн. представится такъ

$$J_{средн} = \frac{2\pi a^2}{\tau^2}\, C\int_{\alpha_0}^{\alpha_0+2\pi}\cos^2\alpha\, d\alpha$$

Задача такимъ образомъ сводится къ тому, чтобы взять этотъ интегралъ; онъ берется слѣдующимъ образомъ разложеніемъ:

$$\int\cos^2\alpha\, d\alpha = \int\cos\alpha\cos\alpha\, d\alpha = \cos\alpha\sin\alpha + \int\sin\alpha\sin\alpha\, d\alpha$$
$$= \sin\alpha\cos\alpha + \int(1-\cos^2\alpha)\, d\alpha$$
$$= \sin\alpha\cos\alpha + \int d\alpha - \int\cos^2\alpha\, d\alpha \longleftarrow \text{переносимъ въ лѣв. часть.}$$

$$2\int\cos^2\alpha\, d\alpha = \sin\alpha\cos\alpha + \alpha$$

откуда $\int\cos^2\alpha\, d\alpha = \frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4}$

подставивъ это значеніе интеграла въ выраженіе J средн., получаемъ:

$$J_{ср.} = \frac{2\pi a^2}{\tau^2}\, C\int_{\alpha_0}^{\alpha_0+2\pi}\cos^2\alpha\, d\alpha = C\,\frac{2\pi a^2}{\tau^2}\left[\frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4}\sin 2\alpha\right]_{\alpha_0}^{\alpha_0+2\pi}$$

а подставивъ верхній и нижній предѣлы, найдемъ:

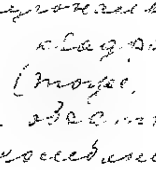
$$J_{cp.} = C\frac{2\Pi a^2}{\tau^2}\left[\Pi + \frac{1}{4}\left\{\sin 2(\alpha_0 + 2\Pi) - \sin 2\alpha_0\right\}\right]^{(x)}$$

$$= C\frac{2\Pi^2 a^2}{\tau^2} = \frac{1}{2}C\left(\frac{2\Pi a}{\tau}\right)^2 = \frac{1}{2}J_{max}.$$

Въ этомъ выраженіи видно, отъ чего зависитъ напряженіе свѣта. Оно пропорціонально квадрату амплитуды, т. е. квадрату наибольшей элонгаціи (тоже, что и у звука); затѣмъ она обратно пропорціональна періоду колебаній при той-же амплитудѣ и не зависитъ отъ начальной фазы.

Мы можемъ также вывести, какъ измѣняется сила свѣта съ измѣненіемъ разстоянія. Положимъ, имѣемъ въ Q свѣтящійся центръ (черт 89). Уравненіе движенія на сферѣ S будетъ:

черт. 89.



$$S = a\sin\left\{2\Pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{r}{\lambda}\right) + \varphi\right\}$$

сила свѣта, соотвѣтствующая количеству свѣтовой энергіи на единицу поверхности будетъ $J = \frac{Q}{S}$, гдѣ Q есть количество свѣтовой энергіи, исходящей изъ точки Q въ единицу времени. Совершенно также для сферы S_1 получимъ $J_1 = \frac{Q}{S_1}$, а раздѣливъ одно на другое, найдемъ:

(x) 2Π есть полный періодъ синуса и $\sin 2(\alpha_0 + 2\Pi) - \sin 2\alpha_0 = 0$.

$$\frac{J}{J_1} = \frac{S_1}{S} = \frac{r^2}{r_1^2}$$

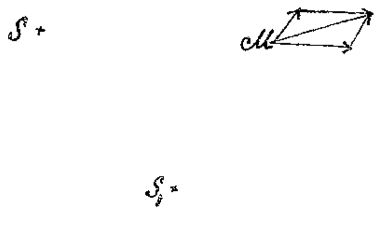
или $$Jr^2 = J_1 r_1^2 = Const.$$

или $$J = \frac{Const}{r^2},$$

т. е. сила свѣта измѣняется обратно пропорціонально квадрату разстоянія (въ средѣ, не поглощающей свѣтъ). Всѣ точки поверхности S находятся въ той-же фазѣ движенія, а радіусы сферы суть направленія лучей. Если возьмемъ двѣ сферы такъ, что поверхности ихъ въ той-же фазѣ, то пространство между ними называется свѣтовой волной.

Намъ остается еще упомянуть объ одномъ принципѣ — принципѣ наложенія или суперпозиціи малыхъ колебаній.

черт. 90



Предположимъ, что въ S помѣщенъ какой-нибудь источникъ волнообразной энергіи (черт 90); пусть какая нибудь частица M начинаетъ приходить въ колебаніе отъ этого источника. Если въ S_1 мы помѣстимъ другой источникъ волнообразной энергіи, то, спрашивается, какое

движеніе будетъ въ M?

Принципъ наложенія гласитъ, что отъ каждаго источника точка M получаетъ такое движеніе, какъ будто онъ былъ одинъ, и такимъ образомъ окончательное движеніе точки M опредѣляется простымъ сложеніемъ силъ. Если, напримѣръ, плоскость поляризаціи будетъ у обоихъ источниковъ одна и таже, то элонгація точки M будетъ $y_1 + y_2$.

Принципъ этотъ нѣсколько напоминаетъ законъ второй Ньютона въ механикѣ, а именно независимость дѣйствія силъ.

Если мы имѣемъ нѣсколько всевозможныхъ движеній

$$y = a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

и плоскость ихъ поляризаціи будетъ одна и таже, иначе говоря, элонгаціи направлены въ одну сторону, то отъ дѣйствія нѣсколькихъ свѣтовыхъ центровъ окончательная элонгація будетъ равна суммѣ частныхъ элонгацій. Если же имѣемъ совокупность лучей (напримѣръ бѣлый свѣтъ) то надо будетъ сложить всѣ подобныя движенія, и мы получимъ

$$y = \sum a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

здѣсь знакъ $\sum$ относится до всѣхъ лучей,

входящихъ въ совокупность даннаго пучка и у каждаго отдѣльнаго луча можетъ быть свое отдѣльное $\underline{a}$, $\underline{\lambda}$, $\underline{t}$ и $\underline{\varphi}$, при этомъ и $\underline{x}$ для разныхъ лучей можетъ быть различно.

Въ спектрѣ солнца мы получаемъ безчисленное множество лучей и тогда знакъ $\underline{\Sigma}$ придется замѣнить знакомъ $\int$ (интеграла). Пока еще мало изучено, какъ измѣняется въ различныхъ спектрахъ амплитуда въ зависимости $\underline{\lambda}$, а также, какъ измѣняется начальная фаза.

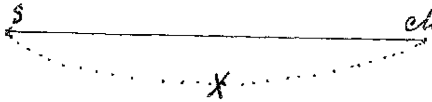
Интерференція свѣта.

Прежняя теорія свѣта, которая разсматривала свѣтъ какъ нѣчто матеріальное, не могла объяснить явленія интерференціи, и явленіе это было совершенно непостижимо; между тѣмъ факты показываютъ, что, пуская два луча по одному направленію, можно, при извѣстныхъ условіяхъ, не получить усиленія свѣта, а наоборотъ, ослабленіе, и даже полную темноту. По теоріи волнообразнаго движенія, на основаніи принципа наложенія колебаній, явленіе это можетъ быть очень просто объяснено.

Мы разсмотримъ сначала математическую теорію интерференцій.

Предположимъ, что изъ точки S (черт. 91) мы пустили два луча свѣта того-же цвѣта и будемъ искать въ точкѣ M колебаніе эфирной частицы.

черт. 91



Мы найдемъ для перваго луча

$$y_1 = a_1 \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_1\right] = a_1 \sin(\alpha + \varphi_1)^{(x)}$$

и для второго луча

$$y_2 = a_2 \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_2\right] = a_2 \sin(\alpha + \varphi_2)$$

и посмотримъ, что произойдетъ въ точкѣ M отъ наложенія этихъ двухъ движеній? Принципъ наложенія колебаній говоритъ намъ, что

$$\underline{Y} = y_1 + y_2$$

Представимъ эту равнодѣйствующую $\underline{Y}$ подобной-же формулой, называя перемѣнной $\underline{\alpha}$ ту-же самую комбинацію величинъ

$$\underline{Y} = y_1 + y_2 = A \sin(\alpha + \Phi)$$

Иначе говоря, мы хотимъ замѣнить два данныхъ луча однимъ лучемъ съ амплитудой $\underline{A}$ и начальной фазой Φ

Опредѣлимъ $\underline{A}$ и Φ для этого составл.

(x) $2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) = \alpha$, гдѣ $\underline{\alpha}$ есть перемѣнная, зависящая отъ времени

ного луча. Мы имѣемъ:

$$A\sin(\alpha+\varphi)=a_1\sin(\alpha+\varphi_1)+a_2\sin(\alpha+\varphi_2)$$

развертывая эту формулу такъ:

$$A\cos\varphi\sin\alpha+A\sin\varphi\cos\alpha=[a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2]\sin\alpha+$$
$$+[a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2]\cos\alpha$$

Равенство это должно быть справедливо при любомъ α, а для этого надо, чтобы коэффиціенты при $\cos\alpha$ и $\sin\alpha$ въ обѣихъ частяхъ равенства были бы соотвѣтственно равны между собою.

Это условіе даетъ намъ:

$$A\cos\varphi=a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2$$
$$A\sin\varphi=a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2$$

Изъ этихъ двухъ уравненій можно опредѣлить отдѣльно A и φ. Легко видѣть, что отъ дѣленія 2-го уравненія на первое мы получимъ:

$$tg\,\varphi=\frac{a_1\sin\varphi_1+a_2\sin\varphi_2}{a_1\cos\varphi_1+a_2\cos\varphi_2}\quad\ldots\ldots(VIII)$$

Если же возвысимъ оба уравненія въ квадратъ и сложимъ ихъ, то получимъ:

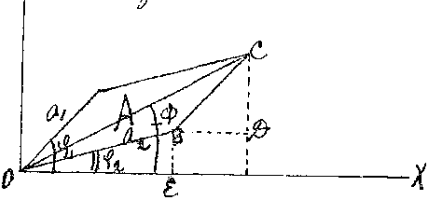
$$A^2=a_1^2+a_2^2+2a_1a_2[\cos\varphi_1\cos\varphi_2+\sin\varphi_1\sin\varphi_2]$$
$$=a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)\quad\ldots\ldots(IX)$$

Такимъ образомъ видно, что два луча возможно замѣнить единымъ и возможно найти равнодѣйствующую начальную фазу. Отсюда ясно, что разъ однимъ лучомъ можно замѣнить два, то, значитъ, ихъ можно замѣнить и 3, 4 ... и т.д. безчисленное множество лучей, но

лишь только <u>одного періода</u>.

Изъ формулы ($\overline{X}$) видно что равнодѣйствующая амплитуда зависитъ отъ разности фазъ $(\varphi_1 - \varphi_2)$ значитъ, отъ нея-же зависитъ и сила звука; разсмотримъ это ближе, но прежде предложимъ геометрическій пріемъ для нахожденія равнодѣйствующихъ элементовъ.

черт 92



Возьмемъ прямоугольныя оси координатъ и въ условныхъ единицахъ отложимъ амплитуду <u>a_1</u> подъ угломъ φ_1 къ оси x-овъ (черт 92); сдѣлаемъ тоже съ амплитудой <u>a_2</u>. Равнодѣйствующую фазу и амплитуду мы получимъ, если построимъ діагональ параллелограмма на этихъ двухъ плечахъ.

Изъ треугольника OBC имѣемъ:

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Затѣмъ:

$$tg\,\Phi = \frac{BE + DC}{OE + BD} = \frac{a_1 \sin\varphi_1 + a_2 \sin\varphi_2}{a_1 \cos\varphi_1 + a_2 \cos\varphi_2}$$

Такимъ образомъ діагональ параллелограмма на плечахъ <u>a_1</u> и <u>a_2</u> опредѣлитъ элементы равнодѣйствующаго луча.

1) Разсмотримъ теперь случай, когда $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$.

Въ этомъ случаѣ равнодѣйствующая амплитуда представится такъ:

$$A^2=(a_1+a_2)^2 \text{ или } A=(a_1+a_2)$$

мы взяли тутъ только положительный корень, ибо амплитуда всегда положительная. Если теперь положимъ, что $a_1=a_2$, то $A=2a_1$, а равнодѣйствующее напряженіе будетъ пропорціонально квадрату амплитуды, и, если, напримѣръ, напряженіе для одного луча будетъ i, то равнодѣйствующее напряженіе $J=4i$; такимъ образомъ при разности фазъ $\varphi_1-\varphi_2=0$ сила свѣта получается въ 4 раза больше.

Тоже будетъ, если $\varphi_1-\varphi_2=2\pi, 4\pi$, и т. д.

2) Разсмотримъ теперь случай, когда $\varphi_1-\varphi_2=\pi$.

Въ этомъ случаѣ равнодѣйствующая амплитуда будетъ:

$A=a_1-a_2$ когда $a_1>a_2$, и $A=a_2-a_2$ когда $a_2>a_1$, ибо <u>A</u> всегда положительно.

Если положить теперь, что $a_1=a_2$, то $A=0$ и $J=0$, т. е. возможенъ и такой случай, что, пуская два луча по тому-же направленію, мы получимъ уменьшеніе свѣта, или даже полную темноту. Разсматриваемая въ этомъ случаѣ эфирная частица <u>M</u> будетъ всегда находиться въ покоѣ.

То-же будетъ, если $\varphi_1-\varphi=3\pi, 5\pi$ . . . . и т. д.

3) Разсмотримъ теперь случай, когда $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ или $\frac{3\pi}{2}$ или $\frac{5\pi}{2}$.. и т. д. Равнодѣйствующая амплитуда A представится въ этомъ случаѣ такъ:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

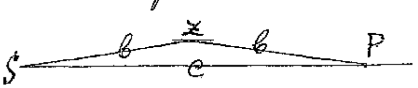
и если положить $a_1 = a_2$, то $A = a\sqrt{2}$, а сила свѣта $J = 2i$, т. е. удвоеніе силы свѣта происходитъ только въ этомъ случаѣ ($\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \ldots$)

Таковы любопытные результаты этихъ изслѣдованій, но получается ли вѣрно на опытѣ?

Если мы возьмемъ два различныхъ источника свѣта, но равныхъ по силѣ, и пустимъ два луча по тому же направленію, то мы всегда наблюдаемъ удвоеніе свѣта и никогда не увидимъ ничего другого. Объяснить это нетрудно.

Мы беремъ два луча съ разными начальными фазами, а начальная фаза φ въ каждомъ лучѣ мѣняется очень неправильно, скачками, такъ что разность фазъ $\varphi_1 - \varphi_2$ въ теченіе 1-ой секунды принимаетъ всѣ возможныя значенія; кромѣ того плоскость поляризаціи мѣняется въ каждомъ лучѣ очень неправильно и тоже скачками, а потому и невозможно съ двумя источниками свѣта получить постоянную разность фазъ $\varphi_1 - \varphi_2$.

черт. 93.



Для того, чтобы получить дѣйствительно интерференцію, пользуются другимъ пріемомъ.

Возьмемъ одинъ источникъ свѣта и пустимъ отъ него два луча въ какую-нибудь точку по разнымъ путямъ; лучи прійдутъ въ эту точку въ разныхъ фазахъ, ибо пройдутъ разные пути, и возможно выбрать эти пути такъ, что разность ихъ фазъ будетъ равна П. Поставивъ около луча c, исходящаго изъ источника S (черт. 93) зеркало Z; какой-нибудь лучъ пойдетъ по направленію b и придетъ въ точку P, отразившись отъ зеркала. Если зеркало поставлено достаточно близко къ лучу c, мы можемъ считать лучи b и c параллельными, но путь у луча b будетъ иной нежели у c, и мы получимъ разность фазъ. Эта разность фазъ будетъ зависѣть отъ разности хода.

Измѣненіе начальной фазы, здѣсь не вліяетъ, ибо она будетъ измѣняться одинаково у обоихъ лучей и значитъ какія бы неправильныя измѣненія не происходили въ ней - это нисколько не повліяетъ на общую разность фазъ обоихъ лучей.

Опытъ этотъ однако очень трудно

достигается. Если взять слишком большую разность хода лучей, то опять не получится интерференции света, здесь в том, что если путь луча b значительно больше пути луча c то лучи, одновременно пришедшие в точку P, в разное время вышли из S, а значит, у каждого может быть своя начальная фаза, ибо она постоянно и неправильно меняется. Надо, чтобы лучи, одновременно приходящие в P, вышли бы из S в течение той малой доли секунды, пока фаза не успела еще измениться.

На основании выше изложенного для этих двух лучей, находим:

$$y_1 = a_1 \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_1}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

$$y_2 = a_2 \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_2}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

разность хода $= x_2 - x_1 = \delta$

откуда $x_2 = x_1 + \delta$

Пусть $2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_1}{\lambda}\right) + \varphi = \alpha$

и пренебрегая потерей света при отражении от зеркала Z, допустим, что $a_1 = a_2$, а тогда формулы наши представятся так:

$$y_1 = a \sin\alpha$$

$$y_2 = a \sin\left(\alpha - 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right)$$

и здесь $2\pi\frac{\delta}{\lambda}$ есть разность фаз, а δ разность хода.

Мы видѣли уже, что два луча одного цвѣта, или, что то-же, періода, комбинируются въ одинъ, и пусть уравненіе его будетъ

$$Y = A \sin\left(a - 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}\right) \cdots\cdots (a)$$

На основаніи принципа суперпозиціи малыхъ колебаній въ любой элементъ будемъ имѣть:

$$Y = y_1 + y_2$$

Развиваемъ формулу (a), принявъ это во вниманіе

$$Y = A\cos 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}\cdot\sin\alpha - A\sin 2\pi\frac{\Delta}{\lambda}\cdot\cos\alpha$$
$$= a\sin\alpha + a\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\sin\alpha - a\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\cos a.$$

равенство должно быть справедливо при всякомъ $\underline{a}$, что возможно лишь въ томъ случаѣ, когда коэффиціенты при $\underline{\sin\alpha}$ и $\underline{\cos a}$ въ обѣихъ частяхъ равенства будутъ соотвѣтственно равны между собою, т. е.

$$\left.\begin{aligned} A\cos 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} &= a\left(1 + \cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right) \\ A\sin 2\pi\frac{\Delta}{\lambda} &= a\sin 2\pi\frac{\delta}{\lambda} \end{aligned}\right\} \cdots (b)$$

Опредѣлимъ отсюда $\underline{A}$ и $\underline{\Delta}$. Возвышая оба равенства въ квадратъ и складывая, имѣемъ:

$$A^2 = a^2\left[2 + 2\cos 2\pi\frac{\delta}{\lambda}\right] = 2a^2\cdot 2\cos^2\pi\frac{\delta}{\lambda}$$

Извлекая изъ обѣихъ частей равенства корень и замѣтивъ, что $\underline{A}$ всегда положительно, окончательно найдемъ

$$A = 2a\cos\pi\frac{\delta}{\lambda} \cdots\cdots (\underline{X})$$

Такимъ образомъ мы нашли равнодѣйствующую амплитуду. Если раздѣлимъ второе изъ равенствъ (6) на первое, то получимъ нѣкоторую величину Δ.

$$tg\, 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2 \sin \pi \frac{\delta}{\lambda} \cos \pi \frac{\delta}{\lambda}}{2 \cos^2 \pi \frac{\delta}{\lambda}} = tg\, \pi \frac{\delta}{\lambda}$$

сравнивая аргументы у тангенсовъ, мы видимъ, что

$$\Delta = \frac{\delta}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (XI)$$

Замѣтимъ, что значеніе Δ не играетъ важной роли, ибо напряженіе свѣта обусловливается амплитудой A.

Посмотримъ, какія тутъ возможны комбинаціи.

Извѣстно, что напряженіе свѣта пропорціонально квадрату амплитуды

$$J = CA^2$$
$$i = Ca^2$$

Изслѣдуемъ тѣ случаи, когда получимъ для J maximum и когда minimum.

1) Случай, когда разность хода $\delta = 0$ или $\delta = 2m\frac{\lambda}{2}$, т.е. четному числу полуволнъ.

Въ этомъ случаѣ аргументъ косинуса въ формулѣ (X) будетъ $m\pi$, косинусъ будетъ ± 1 и $A = \pm 2a$, а $J = 4i$, т.е. когда разность хода равна нулю или четному числу полуволнъ сила свѣта увеличивается вчетверо.

2) Случай, когда разность хода равна

нечетному числу полуволнъ $\delta=(2m+1)\frac{\lambda}{2}$. Въ этомъ случаѣ аргументъ у косинуса формулы (X) будетъ $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$ ... и самъ косинусъ будетъ $=0$, значитъ и $A=0$ и $J=0$ всегда (т.е. все время).

Итакъ, мы имѣемъ, что когда разность хода равна нечетному числу полуволнъ, то сила свѣта равна нулю.

3) Разсмотримъ еще промежуточный случай, когда разность хода $\delta=(2m+1)\frac{\lambda}{4}$.

Аргументъ у косинуса въ формулѣ (X) будетъ въ этомъ случаѣ $\frac{\pi}{4}$ или $\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ ..... а самъ косинусъ будетъ $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$; тогда

$$A=\pm 2a\frac{1}{\sqrt{2}} \quad a \quad J=2i$$

т.е. сила свѣта удвоится только въ томъ случаѣ когда разность хода равна нечетному числу четвертей волны $(\frac{\lambda}{4})$.

Связывая первый и второй случаи, мы можемъ сказать, что когда разность хода равна четному числу волнъ, то сила свѣта увеличивается вчетверо; когда-же разность хода равна нечетному числу полуволнъ, то получается полная интерференція свѣта.

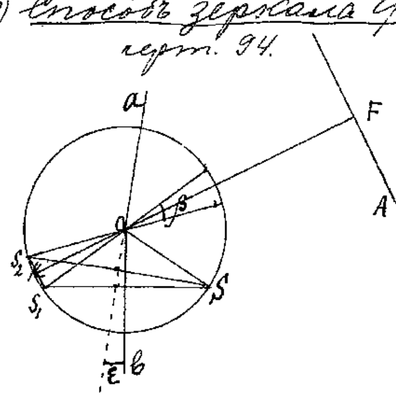
Перейдемъ теперь къ разсмотрѣнію тѣхъ способовъ, при помощи которыхъ можно получать интерфе-

ренцію свѣта.

1) Способъ Ллойда и есть тотъ самый, который былъ указанъ нами при объясненіи интерференціи свѣта. Разность хода достигается тѣмъ, что одинъ лучъ отражается отъ зеркала. На практикѣ способъ этотъ мало удобенъ.

2) Способъ зеркала Френеля.

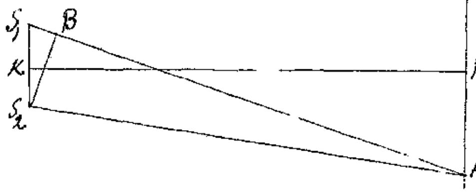
черт. 94.



Два зеркала a и в (черт 94) наклонены одно относительно другого подъ малымъ угломъ ε. Пусть источникъ свѣта S даетъ свои изображенія въ зеркалахъ соотвѣтственно въ точкахъ S_1 и S_2, ясно при этомъ, что $OS = OS_1 = OS_2$, т. е. всѣ три точки S, S_1 и S_2 будутъ лежать на окружности одного и того же круга. Если мы изъ середины линіи S_1S_2 возставимъ перпендикуляръ FK и въ какой нибудь точкѣ его поставимъ экранъ FA, то на немъ возможно наблюдать явленія интерференціи.

Въ самомъ дѣлѣ, источники S_1 и S_2 не суть различны, ибо они получены отъ одного источника S, а потому разность начальныхъ фазъ = всегда 0.

черт. 95.



Имея два такихъ источника свѣта S_1 и S_2 (черт. 95) ясно, что гдѣ-нибудь въ точкѣ A экрана возможно наблюдать явленіе интерференціи, такъ какъ лучи S_1A и S_2A можно считать параллельными, но имѣющими нѣкоторую разность хода. Такимъ образомъ на экранѣ AF (черт 94) поставленномъ перпендикулярно къ линіи FK, гдѣ-нибудь въ точкѣ A мы получимъ интерференцію свѣта, если для A $\delta=(2m+1)\frac{\lambda}{2}$; часть экрана, на которой возможно будетъ наблюдать интерференцію, опредѣлится угломъ β.

Назовемъ $SO = S_1O = S_2O = l$

уголъ $S_1SS_2 = \frac{\beta}{2} = \varepsilon$

откуда $\beta = 2\varepsilon$

Пусть $S_1S_2 = 2c$

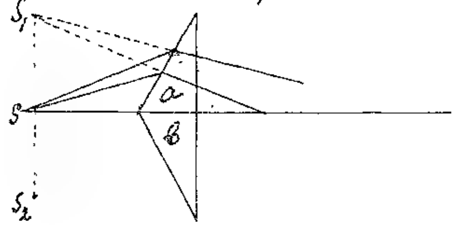
тогда $S_1S_2 = 2c = l\beta = 2l\varepsilon$, т.е.

всегда можно опредѣлить разстояніе между источниками свѣта, если извѣстно l и ε

3) Можно пользоваться для полученія интерференціи способомъ двойной призмы.

При помощи двухъ призмъ легко получить двѣ очень близкія точки. Положимъ, имѣемъ двѣ

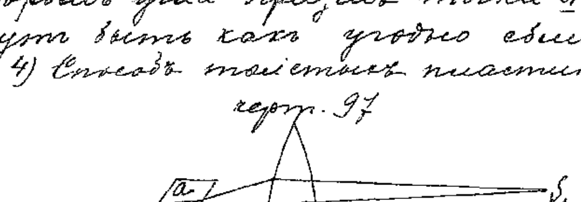
черт. 96.



одинаковыя призмы a и в (черт. 96) и источникъ свѣта S. Отъ призмы a получимъ изображеніе источника S въ S_1, а отъ призмы в въ S_2, и соотвѣтствующимъ подборомъ угла призмъ точки S_1 и S_2 могутъ быть какъ угодно сближены.

4) Способъ толстыхъ пластинокъ.

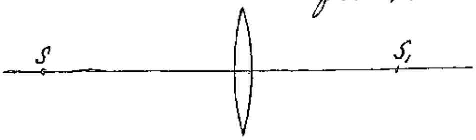
черт. 97



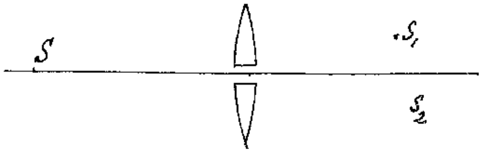
Двѣ толстыя стеклянныя пластинки a и в (черт. 97) симметрично расположены относительно оси SC. Ставимъ источникъ свѣта S на той же оси и строимъ его изображеніе. Послѣ прохода лучей черезъ пластинки a и в они остаются параллельны своимъ прежнимъ направленіямъ, но смѣщены. Затѣмъ лучи послѣ выхода изъ пластинокъ перехватываются чечевицею C, это даетъ намъ двѣ близкія точки S_1 и S_2 сверху и снизу оси.

5) Чечевица Billet. Способъ этотъ очень остроумный и очень удобный.

черт 98



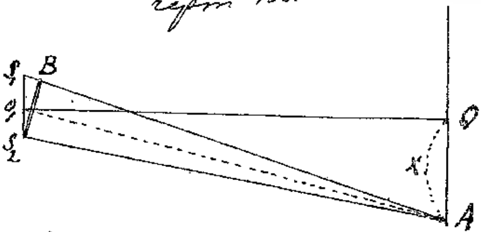
черт 99.



Положимъ, мы имѣемъ чечевицу (чертежъ 98) и свѣтящійся центръ S, тогда въ S_1 мы получимъ его изображеніе. Но тотъ-же результатъ мы получили-бы, если бы взяли-ли только одну верхнюю часть чечевицы или-же одну нижнюю. Billet разрѣзалъ чечевицу (черт 99), раздвинувъ обѣ ея части, и этимъ онъ поднялъ изображеніе отъ верхней ея части и опустилъ изображеніе отъ нижней части, а, значитъ, и раздвинулъ вмѣстѣ съ тѣмъ и изображенія точки S и получилъ S_1 и S_2

Прослѣдимъ біенье, что получается, когда имѣемъ двѣ блестящія точки S_1 и S_2 и противъ нихъ экранъ OA (черт 100)

черт 100.



Пусть $OO_1 = d$ и $S_1S_2 = 2c$.

Возьмемъ на экранѣ точку A въ разстояніи x отъ основанія перпендикуляра OO_1; соединяемъ точку A съ S_1

S_2 и O_1. S_1B будетъ разность хода: $S_1B = \delta$. По малости треугольника S_1S_2B можно считать S_2B перпендикулярнымъ къ O_1A, а тогда $\triangle S_1S_2B \sim \triangle OO_1A$, ибо по перпендикулярности сторонъ $\angle S_1S_2B = \angle OO_1A$ и кромѣ того треугольники эти прямоугольные. Изъ этого подобія имѣемъ:

$$\frac{\delta}{2c} = \frac{x}{O_1A}, \text{ но } O_1A = \frac{d}{\cos(OO_1A)}$$

Уголъ OO_1A очень малъ, ибо интерференція наблюдается только около середины экрана, иначе разность хода была бы слишкомъ велика. Полагая поэтому $\cos(OO_1A) = 1$, мы получимъ:

$$x = d\frac{\delta}{2c}$$

свѣтлыя полосы получимъ, когда вмѣсто δ поставимъ четное число полуволнъ,

$$x' = d\frac{2m\frac{\lambda}{2}}{2c}$$

и произойдетъ тогда усиленіе свѣта вчетверо; темныя же получимъ, когда вмѣсто δ подставимъ нечетное число полуволнъ

$$x'' = d\frac{(2m+1)\frac{\lambda}{2}}{2c}$$

и получимъ тогда темныя полосы.

Отсюда ясно, что на экранѣ получатся темныя и свѣтлыя полосы. Разстояніе между полосами опредѣлится уравненіемъ

$$\Delta = d\frac{\lambda}{2c}$$

Отсюда: вытекаетъ прямой и наглядный способъ для опредѣленія λ. Для этой цѣли надо на экранѣ получить интерференціонныя полосы, измѣрить разстояніе между ними Δ, и, зная разстояніе экрана d отъ свѣтящихся точекъ S_1 и S_2, а также и разстояніе $2c$ между самыми точками S_1 и S_2, по выше приведенной формулѣ, можемъ вычислить λ.

Возьмемъ для примѣра такой случай съ зеркалами Френеля.

Пусть $l = 10$ сантим.; разстояніе до экрана $d = 6$ сант.; уголъ между зеркалами $\varepsilon = 1^\circ$, и наблюденія производимъ съ желтыми лучами, для которыхъ $\lambda_j = 0{,}00006$ сант. $= 6 \cdot 10^{-5}$. Опредѣлимъ разстояніе между полосами интерференціи Δ.

Надо сначала опредѣлить $2c$. Оно опредѣлится по раньше приведенной формулѣ, такъ:

$$2c = 20 \cdot \frac{1}{60}^{(x)} = \frac{1}{3},$$

а

$$\Delta = \frac{600 \cdot 6 \, 10^{-5}}{\frac{1}{3}} = 108 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta = 0{,}108 \text{ сант. или около } 1^{mm}$$

Какъ легко видѣть изъ формулы, съ уменьшеніемъ c увеличивается Δ, а это значитъ, что цѣлесообразно сближать источники S_1 и S_2.

(x) $\frac{1}{60}$ есть приблизительно мѣра угла въ 1°.

Итакъ, въ нѣкоторыхъ точкахъ экрана и именно тамъ, гдѣ разность хода лучей $S_1B = \delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ равна нечетному числу полуволнъ, мы получимъ интерференцію.

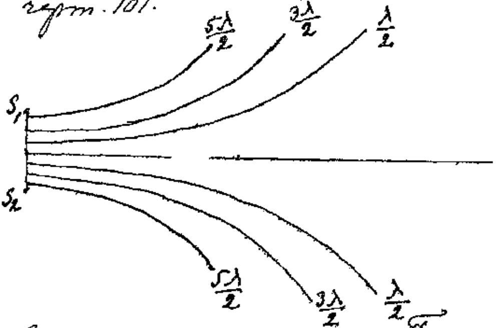
Удаленіе этихъ точекъ отъ центра экрана, какъ было уже сказано, опредѣляется такъ:

$$x = d \cdot \frac{\delta}{2c}$$

Но ясно, что полная интерференція получится не только на экранѣ, а и въ другихъ точкахъ пространства, въ которыхъ разность хода лучей будетъ равна нечетному числу полуволнъ $= \delta$, но гдѣ-же лежатъ эти точки?

Геометрическое мѣсто точекъ, удовлетворяющихъ тому условію, чтобы разность разстояній ихъ до двухъ точекъ была постоянная, какъ извѣстно есть кривая 2-го порядка — гипербола.

черт. 101.



Поэтому если мы получимъ около точекъ S_1 и S_2 въ пространствѣ (черт. 101) пучекъ гиперболъ съ общими фокусами (конфокальныхъ). Пересѣкая этотъ пучекъ гиперболъ экраномъ, мы получимъ на немъ точки, гдѣ наблюдается полная интерференція.

Совершенно по подобнымъ-же кривымъ располагаются полосы свѣтлыя.
Если заставимъ весь пучокъ гипербола вращаться около прямой 1, 1/2 как: оси, то получимъ систему конфокальныхъ двуполыхъ гиперболоидовъ вращенія, соотвѣтствующимъ темнымъ точкамъ въ пространствѣ.

Если систему этихъ гиперболоидовъ пересѣчемъ какою-нибудь плоскостью, то получимъ на ней линіи интерференціи

Вмѣсто того, чтобы брать двѣ сближенныя свѣтящіяся точки для полученія интерференціи, можно, и даже выгоднѣе, брать двѣ узкія щели отъ какого-нибудь одного и того же источника свѣта. Различныя точки одной и той-же щели не могутъ между собою интерферировать, ибо они будутъ соотвѣтствовать различнымъ частямъ пламени. Благодаря этому мы получимъ на экранѣ болѣе длинныя интерференціонныя полосы.

Какъ было уже сказано, интерференція возможна, если разность хода не слишкомъ велика, ибо въ противномъ случаѣ начальная фаза можетъ быть не одинакова.
Перейдемъ-же теперь къ вопросу,- -какая наибольшая допустимая разность хода? Вопросъ этотъ при-

ведетъ насъ къ тому, сколько времени начальная фаза остается постоянной, или какъ часто происходятъ скачки, меняющiе ее.

Изъ опытовъ найдено, что для натроваго света наибольшая разность хода, при которой получается интерференцiя такова: $\delta = 200500\,\lambda$.

Для зеленой линiи паровъ ртути американцы Michelson и Morley нашли, что возможна разность хода въ $540000\,\lambda$.

Для этой линiи $\lambda = 5.10^{-5}$ сант. и значитъ возможна такая δ

$$\delta = 5.10^{+5}\, 5\, 10^{-5} = 25 \text{ сант.}$$

Сколько же колебанiй соответствуетъ такому пути? Это определится такъ:

$$N = \frac{3.10^{10}}{5.10^{-5}} = \frac{30}{5} 10^{14}$$

$$N = 6.10^{14}$$

Таково число колебанiй эфирной частицы въ 1 сек. для зеленой линiи паровъ ртути

Составимъ теперь пропорцiю изъ величинъ:

$$N \dots v$$
$$n \dots \delta$$

узнаемъ сколько колебанiй совершаетъ эфирная частица, не изменяя начальной фазы, а именно:

$$\frac{n}{N} = \frac{\delta}{v} \text{ откуда } n = \frac{25}{3.10^{10}} \cdot 6.10^{14}$$

откуда $n = 50.10^{4}$

или $n = 500000$

т. е. эфирная частица делает 500000 колебаний не изменяя начальной фазы. Доля секунды в продолжении которой это происходит, определится так

$$\frac{n}{N} = \frac{5\,10^5}{6\,10^{14}} = \frac{5}{6}\cdot\frac{1}{10^9}\ \text{сек}$$

т. е. начальная фаза сохраняет свою величину постоянной, приблизительно в продолжении одной биллионной доли секунды, и за это небольшое время эфирная частица успевает совершать 500000 колебаний. Теперь становится вполне понятным, почему при различных источниках света нельзя получить интерференции.

Мы предполагали до сих пор, что свет был монохроматический, т. е. простой, но что произойдет, если мы возьмем луч составного света, например, белый.

Для монохроматического света в точках экрана, удаленных от его центра на $x = \frac{\delta}{2c}\cdot d$ мы получим светлые полосы, когда $\delta = 2m\frac{\lambda}{2}$, т. е. при

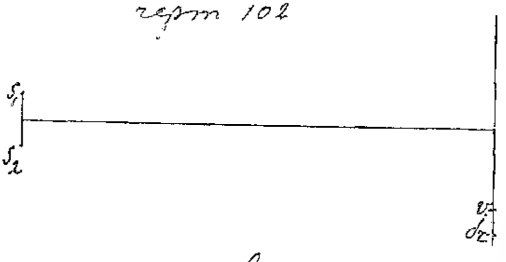
$$x = \left(\frac{2md}{2c}\right)\frac{\lambda}{2}$$

Назовем комбинацию $\frac{2md}{2c}$ через K. В белом свете мы имеем совокупность лучей цветных, и для каждого цветного луча мы найдем.

$$x_r = K\frac{\lambda_r}{2}$$
$$x_j = K\frac{\lambda_j}{2}$$
$$x_v = K\frac{\lambda_v}{2}$$

но $\lambda_v < \lambda_j < \lambda_r$
такъ что каждый цвѣтный лучъ дастъ свою свѣтлую полосу на экранѣ.

черт 102



Сначала будетъ полоса фіолетовая v (черт. 102), затѣмъ желтая j, потомъ красная r и т. д. опять въ томъ же порядкѣ, т. е. мы получимъ рядъ спектровъ бѣлаго свѣта, — иначе рядъ цвѣтныхъ полосъ. Измѣряя x для каждой цвѣтной полосы, можемъ вычислить λ для каждаго цвѣта, т. е. длину волны.

Опытъ показываетъ, что для монохроматическаго свѣта получается довольно много свѣтлыхъ полосъ, тогда какъ для бѣлаго свѣта ихъ получается гораздо меньше. Причину этого, надо искать не въ томъ, что въ болѣе удаленныхъ точкахъ экрана при бѣломъ свѣтѣ получается слишкомъ большая разность хода, (ибо для каждаго цвѣта въ отдѣльности можно получить интерференцію) а въ слѣдующемъ обстоятельствѣ.

Предположимъ, что мы имѣемъ только два луча λ_1 и λ_2; можетъ случиться, что разность хода δ = четному числу полуволнъ для λ_1 и нечетно-

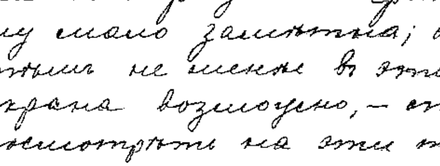
му числу для λ_2, т.е.

$$\delta - 2m_1\frac{\lambda_1}{2} = (2m_2+1)\frac{\lambda_2}{2}$$

иначе говоря - первый лучъ усилитъ свѣтъ въ четыре раза, тогда какъ второй лучъ ничего не дастъ. Когда мы имѣемъ много цвѣтныхъ лучей, то получимъ нѣсколько такихъ max: min'овъ и minimum'овъ, цвѣта налагаются одни на другіе, и интерференція теряетъ свой рѣзкій характеръ. Такимъ образомъ, и въ случаѣ бѣлаго свѣта, интерференція получается въ столь же удаленныхъ частяхъ экрана, какъ и для монохроматическаго свѣта, она только потеряла свой рѣзкій характеръ и поэтому мало замѣтна; обнаружить ее точно не менѣе въ этихъ точкахъ экрана возможно, - стоитъ для этого посмотрѣть на эти точки сквозь спектроскопъ. Тѣ лучи, для которыхъ въ данной точкѣ экрана получается интерференція, мы въ спектроскопѣ не увидимъ.

Перейдемъ теперь къ вопросу о кольцахъ Ньютона.

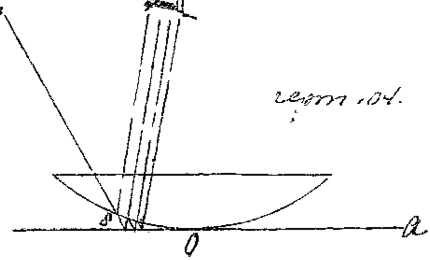
черт. 103



Пусть на плоскости a (черт. 103) лежитъ чечевица малой кривизны b. Если освѣтимъ чечевицу сверху однород-

нимъ смотримъ S, то около точки O увидимъ рядъ колецъ. Радіусъ колецъ будетъ зависѣть отъ ихъ цвѣта, и, напримѣръ, у фіолетовыхъ колецъ онъ будетъ меньше, нежели у красныхъ, но кромѣ того, радіусъ колецъ зависитъ также и отъ того наклона, подъ которымъ смотримъ.

Кольца эти называются кольцами Ньютона и происходятъ они отъ интерференціи. При монохроматическомъ свѣтѣ, число колецъ гораздо больше.



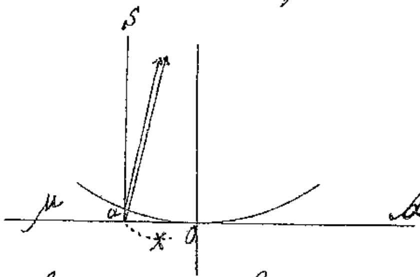
черт. 104.

Явленіе это объясняется очень просто. Какой нибудь лучъ отъ источника S (черт. 104), пройдя въ чечевицу, частью отразится отъ ея сферической поверхности и пойдетъ по направленію къ глазу, другая-же часть его выйдетъ изъ чечевицы и отразится отъ поверхности стекла a; этотъ лучъ частью пройдетъ черезъ чечевицу и попадетъ въ глазъ, частью-же отразится отъ ея сферической поверхности и снова упадетъ на плоскость a, отъ которой снова отразится и т. д. Такимъ образомъ для двухъ соседнихъ лучей, доходящихъ до глаза, получается разность хода δ и, когда она равна нечетному числу полуволнъ, то получа-

етсь интерференція. Последующіе лучи сильно ослабѣваютъ, потому мы ограничимся разсмотрѣніемъ только двухъ лучей и возьмемъ случай нормальнаго паденія.

Предположимъ, что между чечевицей и пластинкой находится вещество съ показателемъ преломленія μ. Пусть также $\delta = 2a$ (черт. 105) x - радіусъ кольца, R - радіусъ чечевицы. По извѣстной теоремѣ геометріи мы имѣемъ:

черт. 105.



$$x^2 = (2R+a)a$$

a величина весьма малая и его можно пренебречь по сравненію съ $2R$, тогда получимъ: $x^2 = 2Ra = R\delta$

Интерференція получится, когда $\delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$, но такъ какъ интерференція происходитъ не въ пустотѣ, а въ средѣ, показатель преломленія коей μ, то вмѣсто $\frac{\lambda}{2}$ надо подставить $\frac{\lambda}{2\mu}$, и интерференція произойдетъ тамъ, гдѣ

$$x = \sqrt{R\delta} = \sqrt{(2m+1)R\frac{\lambda}{2\mu}}$$

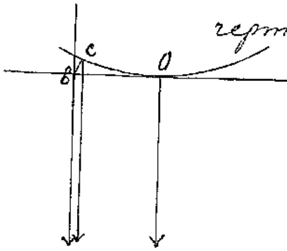
По этой формулѣ мы должны были бы быть въ состояніи опредѣлить положеніе темныхъ колецъ.

Для точки O $x=0$, а такъ какъ ни при какомъ положительномъ m подкоренная величина не обратится въ нуль, то понятно, что на основаніи этой формулы, мы не могли бы получить темнаго пятна въ O, а должны были бы увидѣть свѣтлое.
Если повѣрить этотъ выводъ наблюденіями, то окажется, что въ точкѣ O мы увидимъ темное пятно.
Собственно говоря, это и понятно: въ точкѣ O лучъ не отразится отъ плоскости A, а войдетъ въ нее непосредственно изъ чечевицы, ибо въ этой точкѣ онѣ соприкасаются.

Несогласіе теоріи съ опытомъ объясняется тѣмъ, что при одномъ изъ отраженій луча происходитъ потеря фазы какъ разъ на величину π. Ничего невѣроятнаго въ этомъ предположеніи нѣтъ, ибо при отраженіи лучъ, конечно, проникаетъ въ среду, а при проникновеніи луча можетъ произойти потеря фазы.

Квинке дѣлалъ далѣе опыты для опредѣленія проникновенія луча при отраженіи и нашелъ, что оно равно, приблизительно, $0,1\lambda$. При какомъ именно отраженіи происходитъ потеря фазы еще не рѣшено, при отраженіи ли отъ оптически менѣе плотной средины (отъ стекла

къ воздуху, или при отраженіи отъ оптически болѣе плотной средины (отъ воздуха къ стеклу). Важно лишь то, что, если принять такую потерю фазы въ π, то теорія приходитъ въ полное согласіе съ опытомъ.



черт 106

Разсмотримъ теперь, что получается для предыдущихъ случаевъ, иначе говоря, посмотримъ на всю систему (черт 106) снизу. Въ данномъ случаѣ разсужденія будутъ совершенно тѣ-же, и мы опять найдемъ, что въ тѣхъ точкахъ, гдѣ $\delta = 2a$, получится интерференція.

Если мы, дѣйствительно, посмотримъ снизу, то въ точкѣ O дѣйствительно увидимъ свѣтлое пятно, т.е. теорія тутъ будетъ согласна съ опытомъ, но какъ-же согласовать тогда предположеніе о потерѣ фазы?

Потеря фазы должна произойти два раза: одинъ разъ при отраженіи отъ b и другой при отраженіи отъ c, такъ что общая потеря фазы равна 2π.

Если же фаза теряется при отраженіи отъ оптически менѣе плотной средины, то въ данномъ случаѣ потери фазы вовсе не будетъ.

Изъ вышеизложеннаго видно, что

элементарная теорія колецъ Ньютона должна быть пополнена соображеніями о потерѣ фазы.

Изъ теоріи колецъ Ньютона слѣдуетъ, что радіусы темныхъ круговъ въ проходящемъ свѣтѣ будутъ въ отношеніи.

$$x_1 : x_2 : x_3 \ldots = \sqrt{1} : \sqrt{3} : \sqrt{5} \ldots$$

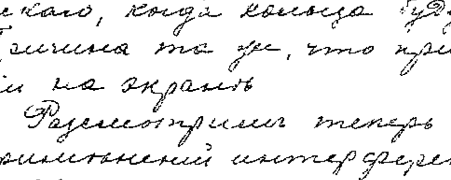
а радіусы свѣтлыхъ круговъ будутъ относиться какъ корни квадратные изъ четныхъ чиселъ

Такъ какъ $\lambda_v < \lambda_i < \lambda_r$, то значитъ и $x_v < x_i < x_r$. Для бѣлаго свѣта мы получимъ цвѣтныя кольца, и ихъ будетъ меньше, нежели для монохроматическаго, когда кольца будутъ черныя. Причина та же, что при интерференціи на экранѣ

Разсмотримъ теперь нѣсколько примѣненій интерференціи свѣта.

1) Явленіе интерференціи свѣта можно примѣнить для опредѣленія показателя преломленія, или точнѣе, для опредѣленія измѣненія показателя преломленія.

черт 107



Если мы имѣемъ два свѣтящихся центра S_1 и S_2 (черт. 107), происходящихъ отъ одного источника свѣта, то на экранѣ OA, гдѣ нибудь въ точкѣ A, получимъ интерференціонную полосу и уравненіе движенія эфирной

частицы въ этой точкѣ будутъ:

$$y_1 = a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_1}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

и $$y_2 = a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_2}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

разность хода будетъ $\delta = x_2 - x_1$ и когда $\delta = (2K+1)\frac{\lambda}{2}$, то мы получимъ интерференціонную полосу.

Введемъ теперь въ путь перваго луча пластинку изслѣдуемаго вещества в толщиною ε. Уравненіе движенія въ этомъ случаѣ измѣнится и будетъ иное; вмѣсто $\frac{x_1}{\lambda}$ надо будетъ поставить $\frac{x_1 - \varepsilon}{\lambda} + \frac{\varepsilon}{\lambda_1}$, гдѣ λ_1 есть длина волны

того-же періода, того-же цвѣта, но въ другой средѣ, и уравненіе движенія напишется такъ

$$y_1 = a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x_1 + \varepsilon\left(\frac{\lambda}{\lambda_1} - 1\right)}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

ибо $$\frac{x_1 - \varepsilon}{\lambda} + \frac{\varepsilon}{\lambda_1} = \frac{x_1 - \varepsilon + \frac{\lambda}{\lambda_1}\varepsilon}{\lambda}$$

Будетъ-ли теперь интерференціонная полоса въ томъ-же мѣстѣ, т.е въ точкѣ A? Путь 1-го луча в данномъ случаѣ измѣнился и теперь разность хода будетъ $\delta' = x_2 - x_1 - \varepsilon\left(\frac{\lambda}{\lambda_1} - 1\right) =$

и если теперь мы опять наблюдаемъ интерференціонную полосу, то значитъ $\delta' = (2K'+1)\frac{\lambda}{2}$, т.е полоса будетъ другого порядка K', и мы будемъ имѣть: $\delta' = x_2 - x_1 - \varepsilon\left(\frac{\lambda}{\lambda_1} - 1\right) = (2K'+1)\frac{\lambda}{2}$,

ие $x_2 - x_1 = \delta = (2K+1)\frac{\lambda}{2}$, а тогда:

$$(2K+1)\frac{\lambda}{2} - (2K'+1)\frac{\lambda}{2} = \varepsilon\left(\frac{\lambda}{\lambda_1} - 1\right) \dots (A)$$

Мы уже говорили, что элементы: — длина волны, число колебаній и скорость свѣта — связаны такимъ уравненіемъ:

$N\lambda = V$ а въ другой средѣ
$N\lambda_1 = V_1$ откуда
$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{V}{V_1} = \mu$ (показатель преломленія)

Поэтому, формула (A) представится такъ:

$\varepsilon(\mu - 1) = (K - K')\lambda$

или $\mu - 1 = \frac{\lambda}{\varepsilon}(K - K')$

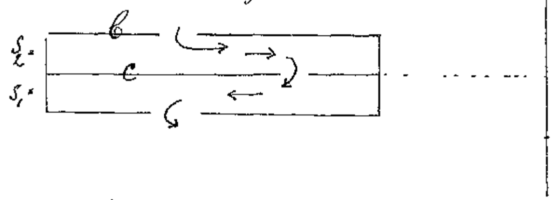
$K - K'$ представляетъ собою перемѣщеніе порядка интерференціонной полосы, иначе, — это число полосъ интерференціи, которыя пройдутъ черезъ точку <u>А</u>, когда мы введемъ въ путь 1-го луча пластинку <u>в</u>.

Зная $(K - K')$, λ и ε, можно опредѣлить μ.

Особенно удобно наблюдать такимъ образомъ <u>измѣненіе</u> показателя преломленія, напримѣръ съ измѣненіемъ температуры; стоитъ только для этого подогрѣвать пластинку <u>в</u> и въ тоже время смотрѣть въ лупу на точку <u>А</u>, и сосчитать сколько интерференціонныхъ полосъ пройдетъ черезъ нее, тогда, по выше приведенной формулѣ, можно опредѣлить измѣненіе показателя преломленія <u>μ</u>. Способъ такого опредѣленія измѣненія показателя преломленія чрезвычайно точный.

Для опредѣленія того, можетъ-ли повліять на эфиръ движеніе самой матеріи, Физо продѣлалъ слѣдующій интересный опытъ

черт 103.

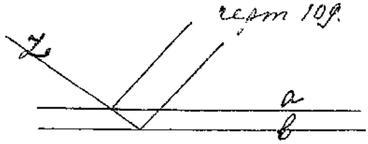


Труба, b, черт 103, раздѣлена перегородкой C и закрыта по концамъ стеклянными пластинками. Получивъ у одного изъ концовъ трубы два обыкновенныхъ центра S_2 и S_1 на экранѣ OA наблюдали, гдѣ нибудь въ точкѣ c?, интерференціонныя полосы. Затѣмъ, налили въ трубу воду и снова получали интерференціонныя полосы, затѣмъ Физо заставилъ воду въ трубѣ циркулировать, какъ указано стрѣлками.

При этомъ онъ наблюдалъ такое смѣщеніе полосъ, — какъ будто бы движеніе верхняго луча S_2 было облегчено, а нижняго S_1 было затруднено.

2) Явленіемъ интерференціи пользуются также при употребленіи сферометра.

Какъ извѣстно, при употребленіи сферометра надо опредѣлить моментъ касанія штифта къ изслѣдуемой поверхности, а непосредственно опредѣлить моментъ этого касанія очень трудно и потому прибѣгаютъ къ помощи вспомогательный пластинки.



черт 109.

Имѣя двѣ сближенныя пластинки $\underline{a}$ и $\underline{в}$ (черт. 109), мы будемъ имѣть между ними очень тонкій слой воздуха; какой-нибудь лучъ $\underline{Z}$ отразится отъ каждой изъ поверхностей $\underline{a}$ и $\underline{в}$, и получится разность хода лучей; тамъ, гдѣ эта разность хода лучей будетъ равна нечетному числу полуволнъ, мы получимъ интерференцію; при однородномъ свѣтѣ получится рядъ темныхъ и свѣтлыхъ кривыхъ, а при бѣломъ свѣтѣ рядъ цвѣтныхъ кривыхъ полосъ.

Явленіями интерференціи въ тонкихъ пленкахъ объясняется, напримѣръ, яркое окрашиваніе мыльнаго пузыря. Отраженіе луча отъ двухъ поверхностей пленки даетъ разность хода, отъ нея получается интерференція, которая и сообщаетъ цвѣтное окрашиваніе пузырю.

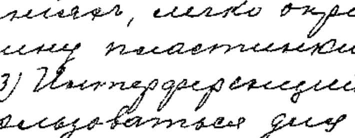
Если разстояніе между пластинками $\underline{a}$ и $\underline{в}$ измѣнится на $\frac{1}{4}\lambda$, то на мѣстѣ темныхъ полосъ получатся свѣтлыя и наоборотъ. Для натроваго свѣта, напримѣръ, $\lambda = 0{,}00060^{mm}$, а $\frac{1}{4}\lambda = 0{,}00015^{mm}$, а потому ясно, что по вздрагиванію полосъ интерференціи можно очень точно опредѣлить моментъ касанія штифта къ плас-

тинкъ.

2) Пользуясь вспомогательной пластинкой поступаютъ такъ: вспомогательную пластинку кладутъ на стеклянную поверхность и опредѣляютъ моментъ прикосновенія штифта къ пластинкѣ по вздрагиванію полосъ интерференціи; затѣмъ, на вспомогательную пластинку кладутъ испытуемую, и опять также опредѣляютъ моментъ прикосновенія къ ней штифта сферометра. Зная насколько былъ опущенъ штифтъ сферометра при первомъ и второмъ наблюденіяхъ, легко опредѣлить и толщину пластинки.

3) Интерференціей можно также воспользоваться для того, чтобы градуировать винтъ.

черт. 110.



Къ винту C (черт 110) который желаютъ градуировать, прикрѣпляютъ стеклянную пластинку b, а подъ винтомъ помѣщаютъ пластинку a. Какой-нибудь лучъ однороднаго свѣта L отразится отъ нижней грани пластинки b и отъ пластинки a, и возможно получить интерференцію свѣта, т.е. наблюдать интерференціонныя полосы. Замѣтимъ, что совершенно

нять необходимости чтобы плас-
тинка b была очень близка къ плас-
тинкѣ a, ибо мы указали уже,
что интерференція иногда возмож-
на при разности хода $\delta = 25$ санти.
для однороднаго свѣта.

Если уменьшить разстояніе
между пластинками a и b на $\frac{1}{4}\lambda$,
то въ томъ мѣстѣ, гдѣ мы на-
блюдали темную полосу, увидимъ
свѣтлую, и обратно.

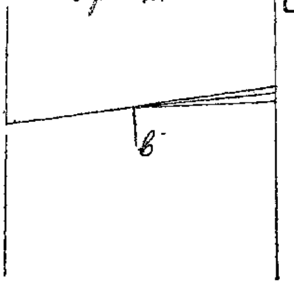
Если мы сосчитаемъ число ин-
терференціонныхъ полосъ прошедшихъ
черезъ крестъ нитей трубы во время
одного оборота винта, то можемъ
сказать на сколько перемѣстился
винтъ по своей оси за одинъ оборотъ,
т.е. опредѣлимъ очень точно шагъ
винта. Масштабъ этотъ вполнѣ
постояненъ, годенъ разъ на всегда
и его легко возстановить. Почему и
было предложено принять длину
волны желтыхъ лучей λ_j за единицу
длины (~~волны желтыхъ~~) вмѣсто
метра, ибо извѣстно, что въ концѣ
концовъ, нормальный метръ не есть
$\frac{1}{10000000}$ часть земного меридіана и
потому онъ является уже едини-
цею произвольною и значитъ λ_j, какъ
единица длины была бы единицею
болѣе совершенной. Было даже сдѣ-
лано Michelson'омъ интересное
сличеніе нормальнаго метра съ λ_j.

4) Интерференція применяется еще къ опредѣленію линейнаго расширенія кристалловъ и вообще малыхъ тѣлъ. Опытъ ведется по совершенно такому же принципу какъ и для опредѣленія хода винта; кристаллъ укрепляется однимъ концомъ неподвижно, къ другому же концу его прикрѣпляютъ пластинку в; интерференціонныя полосы наблюдаютъ въ трубу и, считая число полосъ, проходящихъ черезъ центръ нитей трубы, при нагрѣваніи кристалла, опредѣляютъ линейное расширеніе его въ томъ или другомъ направленіи.

Диффракція свѣта.

Если представить себѣ маленькое отверстіе на экранѣ, обращенномъ къ солнцу, и на пути лучей, проходящихъ черезъ это отверстіе, поставить маленькій кружокъ в (черт. 111), то на другомъ экранѣ C мы не получимъ только тѣни кружка в, а тѣнь его будетъ окружена рядомъ цвѣтныхъ круговъ; при монохроматическомъ свѣтѣ эти

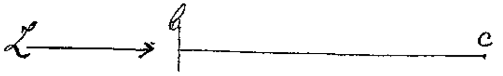
черт. 111



будетъ окружена рядомъ темныхъ и свѣтлыхъ кружковъ.

Явленіе это совершенно необъяснимо съ точки зрѣнія геометрической оптики. Оказывается, какъ будто свѣтъ, проходя сквозь маленькое отверстіе, не распространяется по прямой линіи, а отклоняется въ сторону. Ньютонъ пытался объяснить это явленіе тѣмъ, что лучи притягиваются и оттягиваются краями кружка.

черт. 112.



Явленіе это становится еще слабо-понятнѣе, если маленькій кружокъ b (черт. 112) освѣтить лучами, исходящими изъ источника L; тогда на оси кружка и въ нѣкоторомъ удаленіи отъ него въ точкѣ c получается свѣтлое пятно. Poisson отрицалъ даже возможность такого явленія.

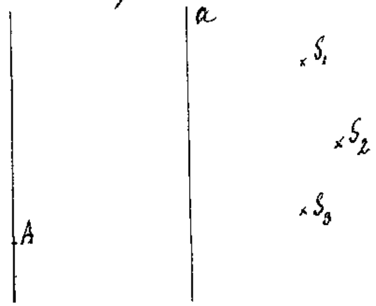
Young пробовалъ объяснить это явленіе интерференціей луча, прошедшаго прямо мимо кружка, и луча какъ нибудь отъ него отразившагося.

Fresnel принялъ вначалѣ идею Young'a, но потомъ далъ вѣрную теорію явленій диффракціи.

Вопросами этими занимались также Fraunhofer и Schwerd, причемъ инте-

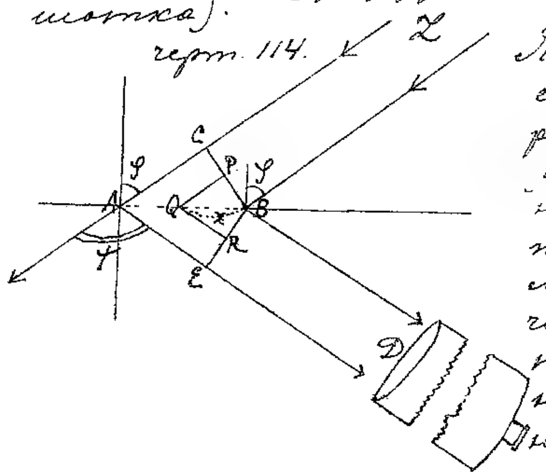
ресно отмѣтить, что несмотря на всю сложность теоріи диффракціи, что мы увидимъ ниже, Schwerd обошелся безъ помощи интегральнаго исчисленія.

черт. 113.



Общая задача диффракціи состоитъ въ слѣдующемъ: (черт. 113). Имѣемъ рядъ свѣтящихся точекъ S_1, S_2, S_3 .... и рядъ щелеобразныхъ отверстій на ширину a, требуется опредѣлить освѣщеніе какой-нибудь точки A экрана? Мы не будемъ разсматривать эту задачу въ такомъ общемъ видѣ, а разсмотримъ только случай одной щели и случай системы параллельныхъ щелей (диффракціонная рѣшетка).

черт. 114.



Положимъ, имѣемъ щель шириною $AB = b$ (черт. 114) и на нее падаетъ пучекъ параллельныхъ лучей Z, т. е. отъ точки удаленной на безконечное разстояніе.

Можно взять и коллиматоръ, установленный на безконечность.

Оказывается, что освещение будетъ не только по направленію падающего луча, но и по другимъ направленіямъ, напримѣръ по направленію, составляющему уголъ φ съ падающимъ лучемъ.

При помощи трубы D, установленной на безконечность, возможно собрать гдѣ-нибудь эти разсѣянные лучи. По правиламъ геометрической оптики явленіе это не можетъ быть объяснено, и мы для этого воспользуемся принципомъ Гюйгенса.

Вспомнимъ, что по этому принципу вмѣсто какой-нибудь свѣтящейся точки можно взять рядъ свѣтящихся центровъ на поверхности волны, а обобщая этотъ принципъ, мы можемъ разсматривать рядъ свѣтящихся центровъ на какой-угодно поверхности, лишь бы каждая точка поверхности была въ соотвѣтствующей фазѣ движенія.

Будемъ же въ данномъ случаѣ разсматривать рядъ центровъ, расположенныхъ по линіи <u>AB</u>, причемъ каждая точка этой линіи будетъ находиться въ разной фазѣ движенія. Отъ ряда центровъ, расположенныхъ на линіи <u>AB</u>, свѣтъ пойдетъ по разнымъ направленіямъ,

и мы можемъ искать свѣтовой эффектъ въ направленіи AD отъ ряда параллельныхъ лучей, имѣющихъ различныя фазы.

Пусть CB есть плоская волна параллельныхъ лучей L, тогда уравненіе движенія каждаго луча въ этой плоскости будетъ:

$$y = a \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

Называя аргументъ у синуса одной буквой ξ для простоты, получимъ:

$$y = a \sin \xi.$$

Возьмемъ какую-нибудь точку P на волнѣ BC и посмотримъ, каково будетъ уравненіе движенія этого луча въ точкѣ Q щели; оно будетъ:

$$y' = a \sin\left(\xi - 2\pi \frac{PQ}{\lambda}\right)$$

Замѣтимъ, что мы разсматриваемъ щель въ одной плоскости, ибо различныя освѣщенныя точки щели по высотѣ не могутъ дать начало интерференціи.

Трубой D мы собираемъ параллельные лучи, какъ будто происшедшіе отъ плоской волны BE, и для насъ интересно уравненіе движенія на поверхности этой волны; оно будетъ:

$$y'' = a \sin\left(\xi - 2\pi \frac{PQ + QR}{\lambda}\right) \dots (a)$$

мы оставляемъ ту-же амплитуду a, ибо пренебрегаемъ ослабленіемъ

свѣта, на такомъ короткомъ разстояніи.

Изъ этого уравненія видно, что мы будемъ имѣть безчисленное множество лучей, идущихъ по направленію къ $\underline{D}$ съ различными ходами $(PQ + QR)$ и надо узнать, какая будетъ равнодѣйствующая элонгація. Она будетъ:

$$\overline{Y} = \sum y''$$

Пусть $QB = z$, тогда

$$PQ = z \sin PBQ = z \sin \varphi$$

$$\underline{QR = z \sin QBR = z \sin (\psi - \varphi)}$$

Откуда $PQ + QR = z[\sin \varphi + \sin (\psi - \varphi)]$

но сумма синусовъ въ скобкахъ для данной точки $\underline{D}$ есть величина постоянная, такъ пусть:

$$\sin \varphi + \sin (\psi - \varphi) = q \quad \ldots (1)$$

тогда $PQ + QR = zq$

Въ уравненіе (а) входитъ амплитуда $\underline{a}$ для каждаго отдѣльнаго луча

Обозначимъ черезъ $\underline{\alpha}$ амплитуду единицы длины щели, тогда $\underline{a}$ можно представить черезъ αdz. Это будетъ амплитуда узкаго пучка лучей шириной въ dz. Тогда мы будемъ имѣть вмѣсто (а)

$$y'' = \alpha dz \sin \left[\xi - 2\pi \frac{zq}{\lambda} \right]$$

здѣсь перемѣнная у насъ $\underline{z}$, и, интегрировать это выраженіе, надо въ предѣлахъ отъ $z = 0$ до $z = \gamma$. Равнодѣйствующая элонгація:

$$\overline{Y} = \alpha \int_0^{\gamma} \sin \left[\xi - 2\pi \frac{zq}{\lambda} \right] dz \quad \ldots (2).$$

ζ остается постоянной при интегрировании а потому легко убѣдиться, что интегралъ этотъ можно представить такъ:

$$\overline{Y} = \alpha \sin\zeta \int_0^l \cos 2\pi \frac{z\theta}{\lambda}\, dz - \alpha \cos\zeta \int_0^l \sin 2\pi \frac{z\theta}{\lambda}\, dz$$

или такъ:

$$\overline{Y} = A\sin\zeta + B\cos\zeta$$

гдѣ $A = \alpha \int_0^l \cos 2\pi \frac{z\theta}{\lambda}\, dz$

и $B = -\alpha \int_0^l \sin 2\pi \frac{z\theta}{\lambda}\, dz$

Извѣстно, что напряженіе свѣта для луча опредѣленной длины волны пропорціонально квадрату амплитуды

$$i = Ca^2$$

и мы утверждаемъ, что для найденнаго нами равнодѣйствующаго луча напряженіе свѣта будетъ пропорціонально $A^2 + B^2$, т. е.

$$J = C(A^2 + B^2).$$

Элонгацію $\overline{Y}$ найденнаго нами равнодѣйствующаго луча можемъ представить такъ:

$$\overline{Y} = \sqrt{A^2+B^2}\left[\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}\sin\zeta + \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}\cos\zeta\right]$$

мы можемъ положить здѣсь, что

$$\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}} = \cos\varphi \quad \text{и} \quad \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}} = \sin\varphi.$$

сдѣлать это возможно, ибо сумма квадратовъ правыхъ и лѣвыхъ частей тождественно равна единицѣ.

Эти-же два равенства можно написать проще такъ:

$$tg\,\varphi = \frac{B}{A}$$

Уравненіе равнодѣйствующаго луча представится теперь такъ:

$$Y = \sqrt{A^2 + B^2}\,\sin(\xi + \varphi)$$

Здѣсь комбинація $\sqrt{A^2+B^2}$ есть амплитуда, а такъ какъ напряженіе свѣта пропорціонально квадрату амплитуды и не зависитъ отъ начальной фазы, то ясно, что оно пропорціонально $(A^2 + B^2)$.

Опредѣлимъ отдѣльно A^2 и B^2.

Изъ выраженій, опредѣляющихъ A и B, получаемъ:

$$A = \alpha \frac{\lambda}{2\pi q}\left[\sin 2\pi \frac{qz}{\lambda}\right]_0^r$$

$$B = \alpha \frac{\lambda}{2\pi q}\left[\cos 2\pi \frac{qz}{\lambda}\right]_0^r$$

откуда находимъ:

$$A^2 = \alpha^2\left(\frac{\lambda}{2\pi q}\right)^2 \sin^2 2\pi \frac{qr}{\lambda}$$

и $$B^2 = \alpha^2\left(\frac{\lambda}{2\pi q}\right)^2\left[\cos 2\pi \frac{qr}{\lambda} - 1\right]^2$$

Складывая, получимъ:

$$J = C.\alpha^2 \frac{\lambda^2}{4\pi^2 q^2}\left[2 - 2\cos 2\pi \frac{qr}{\lambda}\right]$$

или $$J = C.\alpha^2 \frac{\lambda^2}{4\pi^2 q^2}\, 4\sin^2 \frac{\pi q r}{\lambda}$$

или $$J = C.\alpha^2 r^2 \left(\frac{\lambda}{\pi q r}\right)^2 \sin^2 \frac{\pi q r}{\lambda}$$

если положить $\frac{\pi q b}{\lambda} = u$, то получим:

$$J = C\alpha^2 \gamma^2 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$$

Къ такому виду мы привели напряженіе равнодѣйствующаго луча. Количество u зависитъ отъ направленія луча, ибо u зависитъ отъ q, а q зависитъ отъ угловъ φ и ψ.

Обозначимъ: $s = \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$

Разсмотримъ теперь различные случаи:

1) Положимъ $u = 0$. Если $u = 0$, то значитъ $q = 0$, что будетъ, напримѣръ, если $\psi = 0$, т.е. мы смотримъ по направленію падающаго луча сквозь щель. Извѣстно, что $\frac{\sin 0}{0} = 1$ и тогда напряженіе будетъ:

$$J = C\alpha^2\gamma^2 = J_0 \quad \ldots\ldots (3)$$

въ общемъ-же случаѣ

$$J = J_0\left[\frac{\sin u}{u}\right]^2 \quad \ldots\ldots (3 bis)$$

и эта формула даетъ возможность находить напряженіе свѣта по различнымъ направленіямъ.

Опредѣлимъ, гдѣ будетъ темнота полагая, что имѣемъ монохроматическій свѣтъ.

Темноту получимъ тамъ, гдѣ $\sin u = 0$, т.е. $u = m\pi$, гдѣ m есть цѣлое число, но не нуль, и въ этомъ состоитъ условіе minimum'а напряженія. Подставляя вмѣсто u

его значенію $\frac{\pi\delta b}{\lambda}$, найдемъ, что minimum'ы напряженія будутъ тамъ, гдѣ $\frac{\pi\delta b}{\lambda} = m\pi$ или $\delta = \frac{m\lambda}{b}$; такимъ образомъ можно узнать при какихъ φ получится затемненіе. Въ частномъ случаѣ, когда пучекъ падающихъ параллельныхъ лучей перпендикуляренъ къ щели, то $\varphi = 0$, а $\delta = \sin\varphi$ и тогда minimum свѣта опредѣлится равенствомъ

$$\sin\varphi = \frac{m\lambda}{b}$$

Здѣсь уже видно, что изъ послѣдняго равенства вытекаетъ способъ для измѣренія λ (длины волны). Если мы знаемъ порядокъ интерференціонной полосы m и опредѣлимъ соотвѣтствующее φ, то, зная ширину щели b, возможно будетъ опредѣлить и λ. Способъ этотъ, однако, не удобенъ.

Между различными minimum'ами напряженія свѣта будутъ находиться и maximum'ы, и мы займемся теперь опредѣленіемъ ихъ. Возьмемъ для этого производную отъ S по u и приравняемъ ее къ нулю.

$$\frac{1}{2}\frac{\partial S}{\partial u} = \frac{\sin u}{u}\cdot\frac{u\cos u - \sin u}{u^2} = 0 \ldots (c)$$

Равенство это удовлетворяется въ двухъ случаяхъ: либо 1) $\sin u = 0$, либо 2) $u = \operatorname{tg} u$.

Первый случай заключаетъ въ себѣ

всѣ minimum'ы, кромѣ случая $u=0$, когда мы получаемъ maximum; второй случай заключаетъ въ себѣ всѣ maxima, и въ томъ числѣ случай $u=0$.

Для того, чтобы быть вполнѣ увѣреннымъ, что равенство $u=tg u$ есть условіе наибольшаго значенія функціи $\underline{S}$, надо взять вторую производную и показать, что она всегда отрицательная.

$$\frac{\partial}{\partial u}\left[\frac{u\sin u\cos u-\sin^2 u}{u^3}\right]=\frac{1}{u^6}\Big[u^3(\sin u\cos u+u\cos^2 u-$$

$$-u\sin^2 u-2\sin u\cos u)-3u^2(u\sin u\cos u-\sin^2 u)\Big]$$

$$=\frac{1}{u^4}\left[-4u\sin u\cos u-u^2\sin^2 u+u^2\cos^2 u+3\sin^2 u\right]. \quad (d)$$

мы знаемъ, что:

$$\sin u=\frac{tg u}{\sqrt{1+tg^2 u}}=\frac{u}{\sqrt{1+u^2}}$$

$$\text{и } \cos u=\frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$$

ибо при нашемъ условіи maxima $tg u=u$

Подставляя эти синусы и косинусы въ выраженіе (d), получаемъ:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}=\frac{1}{u^4(1+u^2)}\left[-4u^2-u^4+u^2+3u^2\right]=-\frac{1}{1+u^2}$$

Полученная величина этой производной остается всегда отрицательной, а потому найденное нами уравненіе $tg u=u$, и есть условіе наибольшаго значенія функціи $\underline{S}$

Для того, чтобы найти всѣ такія надо рѣшить трансцендентное уравненіе

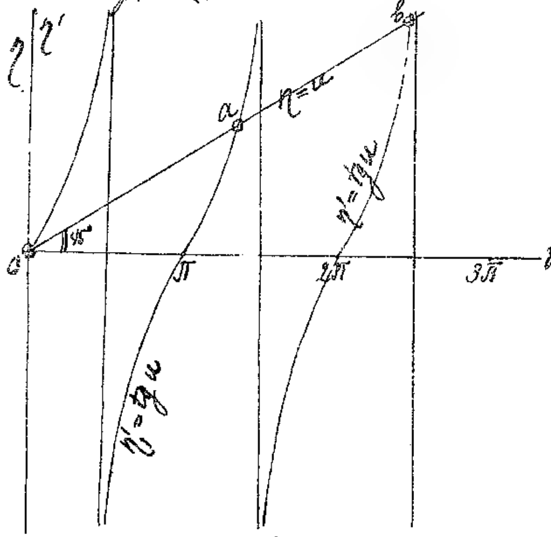
$$u = tg\, u$$

что представляетъ вообще задачу чрезвычайно сложную, и на ней останавливаться мы не будемъ, но дадимъ очень простой геометрическій пріемъ, который наглядно представитъ намъ рѣшенія этого уравненія.

Пусть $\eta = u$ и $\eta' = tg\, u$

и построимъ обѣ линіи, опредѣляемыя этими уравненіями.

черт. 115.



Уравненіе $\eta = u$ представляетъ прямую линію, проходящую чрезъ начало координатъ подъ угломъ 45° къ оси абсциссъ. Другое же уравненіе $\eta' = tg\, u$ представляетъ нѣкоторую кривую, которая изображена графически на черт 115. Легко убѣдиться, что эта кривая будетъ состоять изъ безконечныхъ вѣтвей,

асимптотически приближающихся къ ординатамъ, проходящимъ чрезъ точки $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{2}$ ..... Точки пересѣченія кривой и прямой, т. е. <u>0</u>, <u>a</u>, <u>b</u> ..... и опредѣляютъ корни этого трансцендентнаго уравненія.

1-ый корень будетъ $u=0$

2-ой " " u почти $\frac{3\pi}{2}$, точнѣе $=2,86\frac{\pi}{2}$

3-ій " " u почти $=\frac{5\pi}{2}$, точнѣе, $4,92\frac{\pi}{2}$

. . . .

и чѣмъ дальше будемъ отходить по оси u, тѣмъ болѣе корни будутъ подходить къ $\frac{7\pi}{2}$, $\frac{9\pi}{2}$ .....; но $\frac{\pi}{2}$ не участвуетъ въ рѣшеніяхъ, такъ что второй maximum отодвинутъ отъ перваго дальше, чѣмъ всѣ послѣдующіе отъ своихъ предыдущихъ.

Подставляя эти значенія u въ уравненіе (3 bis) получимъ напряженіе свѣта:

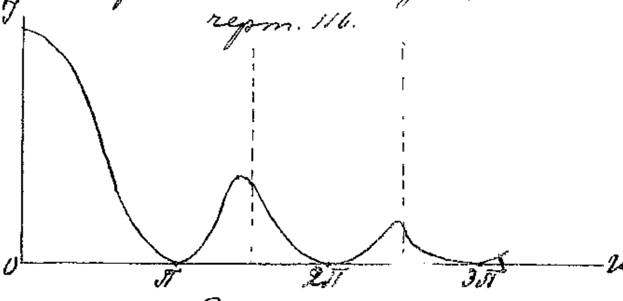
$$J_1 = J_0 \;\ldots\; \text{(центральное)}$$
$$J_2 = \frac{4}{\pi^2} J_0 \cdot \frac{1}{9}$$
$$J_3 = \frac{4}{\pi^2} J_0 \frac{1}{25}$$
$$J_4 = \frac{4}{\pi^2} J_0 \frac{1}{49}$$

. . . .

. . . .

Отсюда видно, что напряженіе въ точкахъ maximum убываетъ очень быстро, какъ квадраты нечетныхъ чиселъ. Если напряженіе представить графически кривою, то она

изобразится линией, представленной на чертежѣ 116, гдѣ, какъ видно,



черт. 116.

послѣдовательные максима становятся все слабые и слабые. Если, передвигая трубу, будемъ давать ей разныя положенія, т. е. измѣнять уголъ ψ, то можемъ отыскать эти maxima.

До сихъ поръ мы измѣняли уголъ ψ, но можно также измѣнять уголъ φ, т. е. направленіе падающаго луча, а ψ оставлять безъ измѣненія, что очень удобно дѣлать, если при опытѣ пользуются напримѣръ, щелью коллиматора

Особый интересъ представляютъ тутъ два случая.

1) когда φ = 0 тогда $\sin\psi = \frac{m\lambda}{\gamma}$

и 2) когда ψ = φ тогда $2\sin\psi = \frac{m\lambda}{\gamma}$, т. е. в обоихъ случаяхъ получаемъ ту-же формулу.

На этомъ можно основать способъ для опредѣленія длины волны; зная ширину щели γ, уголъ ψ и порядокъ minimum'a m, можно опредѣлить λ.

Способъ этотъ, однако, не хорошъ,

ибо, какъ показываетъ это и сама кривая (черт. 116) minima, совершенно не рѣзки — кривая имѣетъ очень пологій видъ, особенно у дальнѣйшихъ minimum'овъ.

Для того, чтобы получить рѣзкій минимумъ или максимумъ, переходятъ къ диффракціонной рѣшеткѣ, т. е. къ системѣ параллельныхъ щелей.

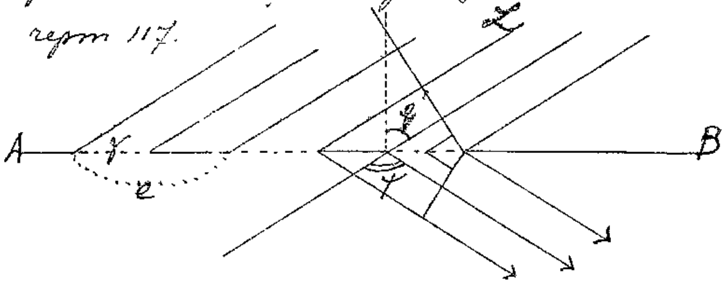
Техника изготовленія диффракціонной рѣшетки чрезвычайно сложна; стеклянную пластинку покрываютъ слоемъ серебра и затѣмъ рѣзцами проводятъ рядъ параллельныхъ линій (щелей); можно взять и простое стекло и нарѣзать параллельные штрихи алмазомъ; тамъ, гдѣ пройдетъ алмазъ стекло дѣлается менѣе прозрачнымъ. Пользуются также и путемъ фотографическимъ.

Вся сложность изготовленія диффракціонной рѣшетки состоитъ въ томъ, что линіи должны быть проведены очень близко одна отъ другой. Рѣшетка, коей пользовался, напримѣръ, Langley при своихъ изслѣдованіяхъ солнечнаго спектра, имѣла на 1mm 681 щель. У насъ въ кабинетѣ есть рѣшетка, гдѣ 200 щелей на 1mm.

Теорія диффракціонной рѣшетки

тично связана съ теоріей одной щели, а только надо обобщить и перейти на сумму щелей.

черт. 117.



Пусть на решетку AB (черт. 117) падаетъ пучекъ параллельныхъ лучей L подъ угломъ φ къ нормали. Пусть ширина каждой щели будетъ p, а разстояніе двухъ соответствующихъ точекъ соседнихъ щелей — e. Будемъ искать напряженіе света по какому нибудь направленію ψ.

Для случая одной щели мы имели:

$$y_1 = \alpha \int_0^p \sin\left(\xi - 2\pi \frac{qz}{\lambda}\right) dz$$

Теперь мы имеемъ несколько щелей, и для 2ой будемъ иметь.

$$y_2 = \alpha \int_e^{e+p} \sin\left(\xi - 2\pi \frac{qz}{\lambda}\right) dz$$

для 3ей $y_3 = \alpha \int_{2e}^{2e+p} \sin\left(\xi - 2\pi \frac{qz}{\lambda}\right) dz$

и т. д. . . . .

для Kой щели $y_k = \alpha \int_{(k-1)e}^{(k-1)e+p} \sin\left(\xi - 2\pi \frac{qz}{\lambda}\right) dz$

Равнодѣйствующая колебаній представится такъ:

$$\overline{Y}=\sum_{k=1}^{k=n} y_k$$

гдѣ n есть общее число щелей.
Какъ видно, весь вопросъ сводится къ суммированію этого конечнаго числа опредѣленныхъ интеграловъ.

Напомнимъ, что во всѣхъ вышеприведенныхъ формулахъ

$$q=\sin\psi+\sin(\psi-\varphi)$$

и $$\xi=2\pi\left(\frac{t}{\tau}-\frac{x}{\lambda}\right)+\psi$$

мы утверждаемъ, что сумму этихъ интеграловъ можно привести къ виду

$$\overline{Y}=A\sin(\xi+\varphi)$$

гдѣ A будетъ представлять амплитуду равнодѣйствующаго луча, а тогда мы найдемъ и напряженіе свѣта, ибо оно пропорціонально квадрату амплитуды $J=C\cdot A^2$
Постараемся привести $\overline{Y}$ къ указанному виду; пишемъ:

$$y_k=\alpha\int_{(k-1)e}^{(k-1)e+\gamma}\sin\left(\xi-2\pi\frac{qz}{\lambda}\right)dz=\alpha\frac{\lambda}{2\pi q}\left[\cos\left(\xi-2\pi\frac{qz}{\lambda}\right)\right]_{(k-1)e}^{(k-1)e+\gamma}$$

$$=\alpha\frac{\lambda}{2\pi q}\left[\cos\left\{\xi-2\pi\frac{q}{\lambda}\left[(k-1)e+\gamma\right]\right\}-\cos\left\{\xi-2\pi\frac{q}{\lambda}\left[(k-1)e\right]\right\}\right]$$

$$=\frac{\alpha\lambda}{\pi q}\sin\left(\frac{\pi q\gamma}{\lambda}\right)\sin\left\{\xi-\frac{\pi q\gamma}{\lambda}-2\pi\frac{q}{\lambda}e(k-1)\right\}$$

Комбинація величинъ $\frac{\pi q\gamma}{\lambda}$ у насъ уже встрѣчалась раньше, и мы обозначали ее черезъ u; получимъ опять:

$\pi q \frac{r}{\lambda} = u$, $2\pi \frac{qe}{\lambda} = \varepsilon$ и $\xi' = \xi - u$

Тогда у насъ будетъ:

$$y_k = \frac{2\lambda}{\pi q} \sin u \sin\{\xi' - (k-1)\varepsilon\}$$

вводя въ это уравненіе r, получимъ:

$$y_k = dy \frac{\sin u}{u} \sin\{\xi' - (k-1)\varepsilon\}$$

Теперь надо просуммировать всѣ эти y_k, причемъ измѣняться будетъ только k.

Назовемъ черезъ S сумму

$$S = \sum_{k=1}^{k=n} \sin\{\xi' - (k-1)\varepsilon\};$$

тогда окончательно найдемъ:

$$Y = dy \frac{\sin u}{u} S$$

Задача сводится теперь къ опредѣленію суммы ряда синусовъ.

Для суммированія ряда синусовъ воспользуемся слѣдующимъ пріемомъ:

Развертываемъ S такъ:

$$S = \sum \sin\xi' \cos(k-1)\varepsilon - \sum \cos\xi' \sin(k-1)\varepsilon$$

Умножаемъ обѣ части равенства на $2\cos\varepsilon$

$$2S\cos\varepsilon = 2\sin\xi' \sum \cos(k-1)\varepsilon \cdot \cos\varepsilon - 2\cos\xi' \sum \sin(k-1)\varepsilon \cos\varepsilon$$

Напомнимъ теперь слѣдующую формулы тригонометріи

$$\cos(M+N) + \cos(M-N) = 2\cos M \cos N$$
$$\sin(M+N) + \sin(M-N) = 2\sin M \cos N.$$

и замѣтимъ, что въ нашемъ выводѣ мы имѣемъ нѣчто подобное: M у насъ есть $(k-1)\varepsilon$, а N есть ε.

На этомъ основаніи продолжаемъ

далее преобразовывать наше выражение так:

$$2S\cos\varepsilon = \sin\zeta'\sum\{\cos(k\varepsilon)+\cos(k-2)\varepsilon\} -$$
$$-\cos\zeta'\sum\{\sin(k\varepsilon)+\sin(k-2)\varepsilon\}$$

Собирая члены в должном порядке

$$2S\cos\varepsilon = \sum\nolimits_1 \sin(\zeta'-k\varepsilon)+\sum\nolimits_2 \sin(\zeta'-(k-2)\varepsilon)$$

но $S = \sin\zeta' + \sin(\zeta'-\varepsilon) + \dots + \sin(\zeta'-(n-1)\varepsilon)$ (x)

а сумма $\sum_1 = \sin(\zeta'-\varepsilon) + \dots + \sin(\zeta'-n\varepsilon)$

а сумма $\sum_2 = \sin(\zeta'+\varepsilon) + \sin\zeta' + \dots + \sin(\zeta'-(n-2)\varepsilon)$

Сравнивая эти три ряда легко увидеть, что:

$$\sum\nolimits_1 = S + \sin(\zeta'-n\varepsilon) - \sin\zeta'$$

и $$\sum\nolimits_2 = S + \sin(\zeta'+\varepsilon) - \sin(\zeta'-(n-1)\varepsilon)$$

вставляя эти значения $\sum_1$ и $\sum_2$ в наше выражение, окончательно получим:

$$2S\cos\varepsilon = S + \sin(\zeta'-n\varepsilon) - \sin\zeta' + S + \sin(\zeta'+\varepsilon) -$$
$$- \sin(\zeta'-(n-1)\varepsilon)$$

Собирая все S, находим:

$$2S(1-\cos\varepsilon) = [\sin\zeta' - \sin(\zeta'+\varepsilon)] + [\sin(\zeta'-(n-1)\varepsilon) - \sin(\zeta'-n\varepsilon)]$$

$$= -2\sin\frac{\varepsilon}{2}\cos\left(\zeta'+\frac{\varepsilon}{2}\right) + 2\sin\frac{\varepsilon}{2}\cos\left(\zeta'-\frac{2n-1}{2}\varepsilon\right)$$

$$= 2\sin\frac{\varepsilon}{2}\left[\cos\left(\zeta'-\frac{2n-1}{2}\varepsilon\right) - \cos\left(\zeta'+\frac{\varepsilon}{2}\right)\right]$$

развертывая эту разность косинусов и заметив что: $\frac{1}{2}\left[\zeta'+\frac{\varepsilon}{2}-\zeta'+\frac{2n-1}{2}\varepsilon\right] = \frac{n\varepsilon}{2}$,

а $\frac{1}{2}\left[\frac{\varepsilon}{2}-\frac{2n-1}{2}\varepsilon\right] = \frac{\varepsilon}{4}[1-2n+1] = \frac{\varepsilon}{2}(1-n)$,

получим:

(x) n – число целых отсчетов.

$$S(1-\cos\varepsilon)=2S\sin^2\frac{\varepsilon}{2}=\sin\frac{\varepsilon}{2}\,2\sin\frac{n\varepsilon}{2}\sin\left(\xi'-\frac{\varepsilon}{2}(n-1)\right)$$

или $S=\frac{\sin\frac{n\varepsilon}{2}}{\sin\frac{\varepsilon}{2}}\cdot\sin\left(\xi-u-\frac{\varepsilon}{2}(n-1)\right)$

$$=\frac{n\sin\frac{n\varepsilon}{2}}{n\sin\frac{\varepsilon}{2}}\cdot\sin\left(\xi-u-\frac{\varepsilon}{2}(n-1)\right)$$

назовемъ $\frac{\varepsilon}{2}=\omega=\frac{\pi q e}{\lambda}$ тогда получимъ:

$$\underline{Y}=\alpha\gamma n\left(\frac{\sin u}{u}\right)\cdot\left(\frac{\sin n\omega}{n\sin\omega}\right)\cdot\sin(\xi+\varphi)$$

гдѣ $\varphi=-\left[u+\frac{\varepsilon}{2}(n-1)\right]$ т. е. мы и привели выраженіе Y къ тому виду къ какому хотѣли. Амплитуда тутъ будетъ:

$$\alpha\gamma n\left(\frac{\sin u}{u}\right)\cdot\left(\frac{\sin n\omega}{n\sin\omega}\right)$$ и теперь

мы можемъ опредѣлить напряженіе свѣта

Оно опредѣляется такъ:

$$I=C\alpha^2\gamma^2\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 n^2\left(\frac{\sin n\omega}{n\sin\omega}\right)^2$$

таково общее выраженіе напряженія свѣта въ любомъ направленіи при $\underline{n}$ параллельныхъ щелей.

Если положимъ $n=1$, то мы получимъ напряженіе при одной щели $I=I_1$ въ томъ видѣ, въ какомъ уже имѣли это напряженіе раньше, и мы проследили уже какъ оно измѣняется въ этомъ случаѣ.

Такимъ образомъ можемъ написать что:

$$J = J_1 n^2 F(\omega)$$

где $F(\omega) = \left(\frac{\sin n\omega}{n \sin\omega}\right)^2$

Какъ видно явленіе тутъ осложняется. Напряженіе свѣта отъ одной щели надо умножить на n^2 и на $F(\omega)$ и слѣдовательно надо разсматривать напряженіе происходящее отъ одной щели и еще знать видъ функціи $F(\omega)$. Эта функція $F(\omega)$ имѣетъ нѣкоторыя весьма замѣчательныя свойства, изучивъ которыя, мы будемъ въ состояніи опредѣлить, какъ окончательно измѣняется напряженіе свѣта

Опредѣлимъ сначала значенія функціи $F(\omega)$ когда $\omega = 0, \pi, 2\pi, \ldots m\pi$ Тогда $F(\omega)$ приметъ видъ $\frac{0}{0}$ и для раскрытія истиннаго значенія этой неопредѣленности надо брать производную отъ числителя и знаменателя

$$\frac{(\sin n\omega)'}{(n \sin\omega)'} = \frac{n \cos n\omega}{n \cos\omega} = \pm 1 \left\{\begin{matrix}\text{при дан-}\\ \text{ныхъ}\\ \text{условіяхъ}\end{matrix}\right\}$$

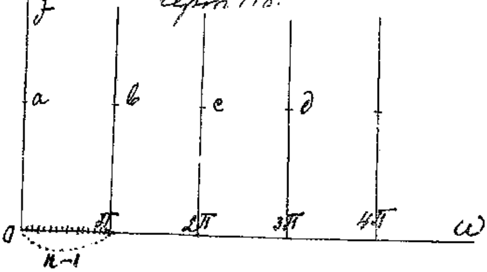
Теперь видно, что когда $\omega = 0, \pi, 2\pi \ldots m\pi$, то $F(\omega) = (\pm 1)^2 = +1$ и напряженіе J представится такъ:

$$J = n^2 J_1$$

т. е напряженіе будетъ пропорціонально квадрату числа щелей; отсюда уже видно, какъ выгодно брать большое число щелей.

Если графически изобразить эту функцію откладывая по оси X-овъ ω, а по оси ординатъ функцію F, то получимъ въ точкахъ $0, \pi, 2\pi$ и т. д. $F = 1$. (черт. 118). Мы имѣли бы $\omega = m\pi = \frac{\pi q e}{\lambda}$ откуда $q = \frac{m\lambda}{e}$. Если же лучи

черт. 118.



падаютъ нормально къ щели, т. е. $\varphi = 0$, то тогда эта формула еще болѣе упростится, и она будетъ имѣть:

$$q = \sin\varphi = \frac{m\lambda}{e}$$

Эта формула подобна той, какую мы имѣли для одной щели, но вмѣсто b тутъ входитъ e

Но гдѣ же напряженіе свѣта будетъ равно нулю? Это произойдетъ тамъ, гдѣ $\sin n\omega = 0$, т. е. $n\omega = m\pi$, и тамъ будетъ полное затемненіе, но необходимо, чтобы $\frac{m}{n}$ было число дробное, иначе и знаменатель функціи $F(\omega)$ также обратится въ нуль, и тогда мы получимъ максимумъ.

Изъ выраженія функціи $F(\omega)$ видно, что это есть функція періодическая, а потому достаточно разсмотрѣть только одинъ періодъ ея

отъ 0 до π, чтобы знать общій ея ходъ.

Полагая $m=1$, получимъ всѣ ω при которыхъ будутъ minima въ предѣлахъ одного періода отъ 0 до π:

$$\omega = \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}, \frac{3\pi}{n}, \ldots\ldots \frac{n-1}{n}\pi \quad \text{или}$$

$$\omega = \frac{2}{n}\cdot\frac{\pi}{2}, \frac{4}{n}\cdot\frac{\pi}{2} \ldots\ldots \frac{2n-2}{n}\,\frac{\pi}{2}$$

Ясно, что въ предѣлахъ одного періода отъ 0 до π мы получимъ $n-1$ minima, и ясно, что они распредѣлятся равномѣрно. Такимъ образомъ мы получили нѣсколько главныхъ maxima (точки a, b, c, d, ... черт. 118) и между каждыми двумя такими ~~(точками)~~ maxima $n-1$ minima, а значитъ, между двумя послѣдовательными minima находятся второстепенные maxima. Первый minimum подходитъ очень близко къ главному maximum'у и паденіе напряженія получается тѣмъ рѣзче, почему и наблюдается тѣмъ отчетливѣе свѣтлая линія.

Для опредѣленія этихъ maxima надо взять производную $\frac{dF}{d\omega}$ и приравнять ее нулю.

$$\frac{dF}{d\omega} = 2\frac{\sin n\omega}{n\sin\omega}\cdot\frac{1}{n}\cdot\frac{\sin(\omega)\cdot n\cos n\omega - \sin n\omega\cos\omega}{\sin^2\omega} = 0.$$

Уравненіе это можетъ быть удовлетворено въ двухъ случаяхъ:

1) Либо $\sin n\omega = 0$, каковое условіе за-

ключаетъ в себѣ всѣ minima.

2) Либо $tg\,n\omega = n\,tg\,\omega$(x), каковое условіе заключаетъ въ себѣ всѣ maxima, въ чемъ можно убѣдиться, если взять 2ую производную $\frac{\partial^2 F}{\partial\omega^2}$. Принявъ во вниманіе выше сказанное условіе, мы увидимъ, что эта производная будетъ всегда отрицательная.

Для опредѣленія всѣхъ maxima, надо рѣшить это трансцедентное уравненіе $tg\,n\omega = n\,tg\,\omega$.

Но замѣтимъ, однако, что нѣкоторые корни этого уравненія — главное maxima — намъ уже извѣстны. Для рѣшенія этого уравненія полезно употребить тотъ-же самый графическій пріемъ, который мы уже употребляли для случая одной щели при рѣшеніи уравненія $u = tg\,u$. Надо однако задаться численнымъ значеніемъ n, и въ этомъ отношеніи различаются два случая: когда n четное или нечетное число.

Положимъ $\eta = tg\,n\omega$ и $\eta' = n\,tg\,\omega$, и построимъ обѣ кривыя, опредѣляемыя этими двумя уравненіями. Прослѣдимъ сначала ходъ измѣненія η съ измѣненіемъ ω. При измѣненіи ω соотвѣтственныя измѣненія η будутъ таковы:

(x) Выраженіе $\frac{n \sin\omega \cos n\omega - \sin n\omega \cdot \cos\omega}{\sin^2\omega} = 0$ преобразовывается въ $tg\,n\omega = n\,tg\,\omega$.

ω		η
отъ 0 до $\frac{1}{n}\frac{\pi}{2}$	....	отъ 0 до $+\infty$
" $\frac{1}{n}\frac{\pi}{2}$ " $\frac{2}{n}\frac{\pi}{2}$	......	" $-\infty$ " 0
" $\frac{2}{n}\frac{\pi}{2}$ " $\frac{3}{n}\frac{\pi}{2}$	......	" 0 " $+\infty$

. . . .

Дальнѣйшія измѣненія η повторяются въ томъ-же порядкѣ. Ходъ измѣненій η' съ измѣненіемъ ω будетъ такой

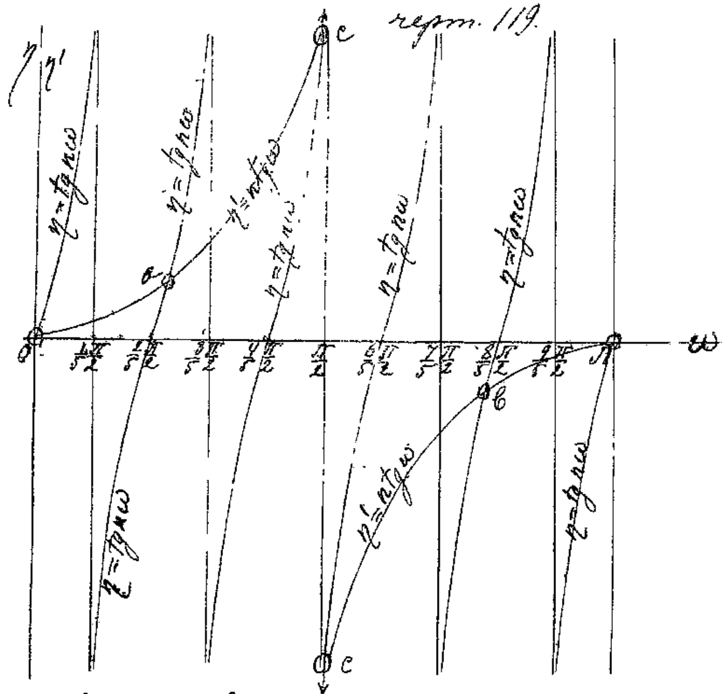
ω		η'
отъ 0 до $\frac{\pi}{2}$	....	отъ 0 до $+\infty$
" $\frac{\pi}{2}$ " π	....	" $-\infty$ " 0

. . . .

Теперь уже легко начертить обѣ кривыя. Возьмемъ сначала $n=5$, т. е. предположимъ, что имѣемъ всего 5 щелей; мы беремъ такое малое число, ибо сути дѣла это нисколько не измѣнитъ, но значительно упроститъ чертежъ.

На чертежѣ 119 представлены обѣ кривыя; точки пересѣченія кривыхъ опредѣлятъ корни нашего трансцендентнаго уравненія, и, въ данномъ случаѣ, мы получимъ: въ точкахъ 0 и π два главные maxima, а въ точкахъ a, b и c второстепенные maxima.

Замѣтимъ, что второстепен-



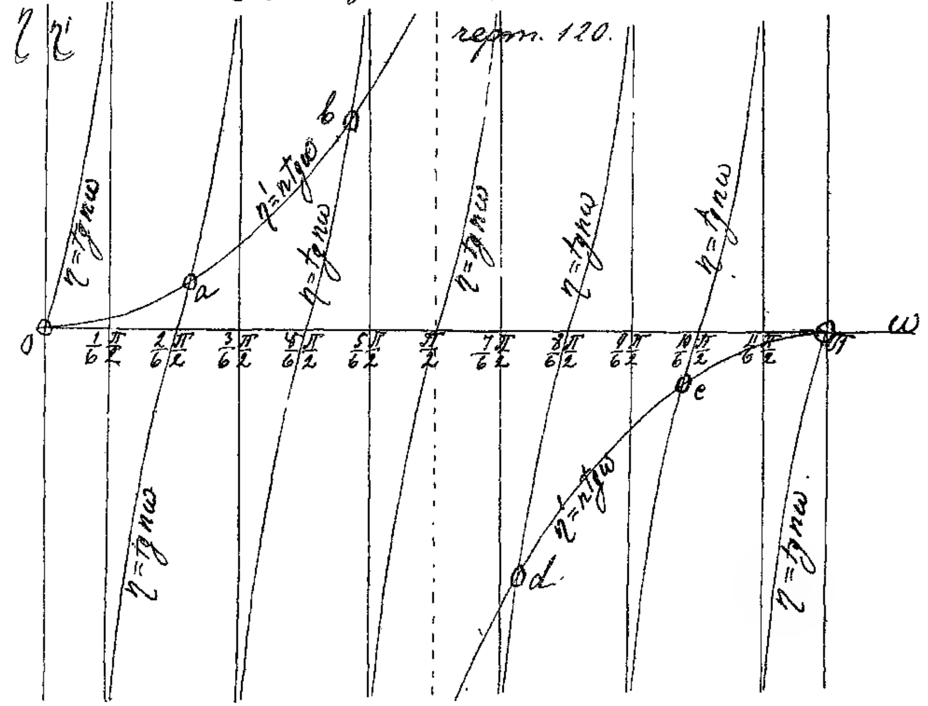
черт. 119.

ныхъ maxima будетъ всего три, ибо оба въ точкѣ C, получающіеся въ $\pm\infty$ (кривыя приближаются къ ординатѣ асимптотически) получатся при одномъ и томъ-же $\omega = \frac{\pi}{2}$ и слѣдовательно совпадутъ въ одинъ maximum. Число второстепенныхъ maxima будетъ 3, т. е. $n-2$.

Изъ чертежа видно, что второстепенные maxima a и b будутъ приблизительно по срединѣ между minima $\frac{2}{5}\frac{\pi}{2}$ и $\frac{4}{5}\frac{\pi}{2}$ и между $\frac{6}{5}\frac{\pi}{2}$ и $\frac{8}{5}\frac{\pi}{2}$, и т. д. что будетъ тѣмъ точнѣе, чѣмъ выше будетъ порядокъ maxima при большемъ числѣ щелей. — Все это относится къ случаю n нечетному.

Построимъ теперь рѣшенія того-

осе трансцедентнаго уравненія для n четнаго, принявъ его равнымъ шести (b). (черт. 120.)



Въ точкахъ 0 и π мы опять получимъ два главныхъ максимума, а въ точкахъ пересѣченія кривыхъ a, b, c и d получимъ четыре второстепенныхъ maxima, т.е. опять $n-2$. Какъ видно, второстепенные maxima опять располагаются примѣрно на серединѣ между двумя послѣдовательными minima, и они опредѣляются приблизительно такъ:

$$\omega = \frac{3}{n}\cdot\frac{\pi}{2},\ \frac{5}{n}\cdot\frac{\pi}{2},\ \frac{7}{n}\cdot\frac{\pi}{2} \ldots\ldots$$

что будетъ тѣмъ точнѣе, чѣмъ выше порядокъ maxima. Какъ видно, въ этомъ ряду нѣтъ $\frac{1}{n}\cdot\frac{\pi}{2}$, почему ясно, что первый изъ второстепенныхъ maxima α отодвинутъ отъ главнаго maximum'а 0 дальше, чѣмъ послѣдующіе maxima отъ своихъ предыдущихъ.

Такимъ образомъ мы рѣшили эту задачу и имѣемъ возможность найти положенія второстепенныхъ maxima. — Перейдемъ теперь къ опредѣленію соотвѣтствующаго напряженія свѣта, но замѣтимъ сначала, что то, что мы сказали для $n = 5$ и $n = 6$, очевидно можетъ быть распространено и на любое нечетное или четное число щелей.

Пишемъ: $\sin^2 n\omega = \frac{tg^2 n\omega}{1+tg^2 n\omega}$

Но условіе maxima заключается въ $tg\, n\omega = n\, tg\, \omega$. Сравнивая эти двѣ формулы, имѣемъ:

$$\sin^2 n\omega = \frac{n^2 tg^2 \omega}{1+n^2 tg^2 \omega}$$

функцію F можемъ теперь представить такъ:

$$F = \frac{n^2 tg^2 \omega}{(1+n^2 tg^2 \omega)\, n^2 \sin^2 \omega}$$

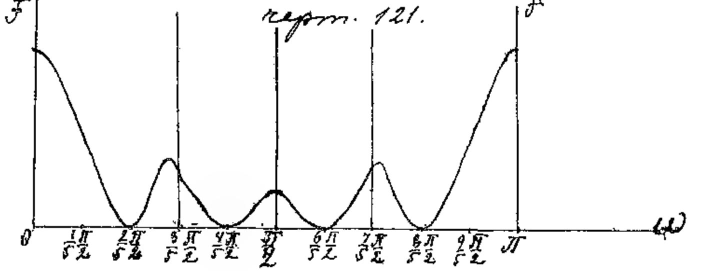
$$= \frac{1}{(1+n^2 tg^2 \omega)\cos^2 \omega} = \frac{1}{\cos^2 \omega + n^2 \sin^2 \omega}$$

Откуда окончательно:

$$F_m = \frac{1}{1+(n^2-1)\sin^2 \omega}$$

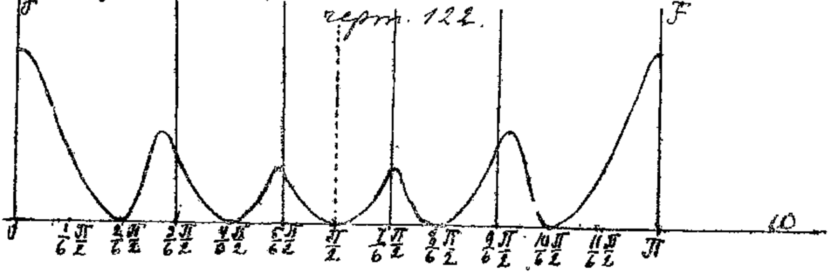
Мы знаемъ уже, что если $\omega = 0, \pi, 2\pi \ldots$, то $F_m = 1$. Это будутъ главные maxima. Если-же $\omega = \frac{\pi}{2}$, то мы получимъ самый слабый maximum $\frac{1}{n^2}$; (это будетъ при n нечетномъ) Всѣ остальные maxima по напряженію будутъ заключаться между этими предыдущими и будутъ попарно численно равны. Изображая ходъ измѣненія напряженія свѣта при n нечетномъ, получимъ такую кривую (черт. 121).

черт. 121.



Когда-же n будетъ четное, то получимъ нѣсколько иное расположеніе кривой, представленное на черт. 122.

черт. 122.



Такимъ образомъ мы вполнѣ рѣшили вопросъ о нахожденіи maxima и minima функціи F. Теперь

уже ясно, какую выгоды представляетъ диффракціонная рѣшетка
1) Главный maximum прямо пропорціоналенъ квадрату числа щелей.
2) Какъ было сказано, въ предѣлахъ O и П заключается n-1 minima на равныхъ разстояніяхъ между собою, значитъ, чѣмъ больше мы будемъ дѣлать n, тѣмъ ближе будетъ подходить 1ый minimum къ главному maximum'у, а значитъ тѣмъ быстрѣе будетъ паденіе напряженія свѣта, и мы получимъ рѣзкія свѣтлыя линіи на мѣстахъ главныхъ maxima, чего не будетъ при одной щели.
3) Конечно всѣ второстепенныя maxima могли бы вредить и ихъ можно было бы смѣшивать съ главными, но обыкновенно они очень слабы; число щелей n обыкновенно очень велико, и тогда послѣдніи maximum пропорціоналенъ $\frac{1}{n^2}$ и онъ такъ слабъ, что совершенно не замѣтенъ, также какъ и всѣ остальныя второстепенныя maxima. Главныя maxima выдѣляются очень рѣзко, и они представляютъ для насъ особый интересъ

Напряженіе свѣта въ главныхъ maxima было бы всегда одно и тоже, если бы оно зависѣло только отъ F но оно зависитъ также и отъ J, которое, какъ мы знаемъ,

убываетъ, а потому и вообще глав-
ные maxima будутъ ослабѣвать;
возможно также, что главный ma-
ximum F упадетъ на minimum J,
и тогда этотъ главный maximum
пропадетъ.

Обобщая все сказанное, приходимъ
къ заключенію, что вообще главные
maxima не будутъ равны по напря-
женію свѣта, и вообще чѣмъ
выше порядокъ maximum'а, тѣмъ
слабѣе напряженіе свѣта; но мо-
жетъ, напримѣръ, случиться, что 2ой
maximum будетъ слабѣе 3го и т.д.

Разобраться во всѣхъ этихъ случа-
яхъ не представляетъ особаго затруд-
ненія, ибо ходъ функцій J и F намъ
извѣстенъ.

Отвлечемся отъ возможныхъ ано-
малій въ ходѣ напряженія свѣта
и допустимъ, что главные maxima
наблюдаются, но послѣдовательно
ослабѣваютъ; они даютъ намъ ин-
тересный типъ, что даютъ возмож-
ность опредѣлить длину свѣто-
вой волны.

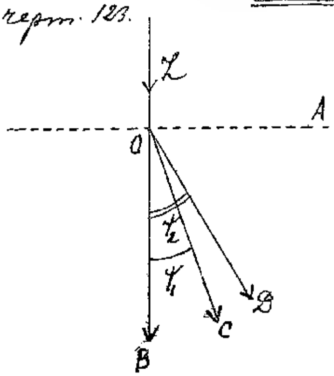
Самый интересный случай на
практикѣ будетъ тотъ, когда лучи
падаютъ нормально; тогда $\varphi = 0$ и
$q = \sin\psi$.

Какъ мы знаемъ, главные maxima
располагаются тамъ, гдѣ $\omega = m\pi$ и пер-
вый главный maximum, исключая

случай $\omega = 0$, будетъ такимъ, гдѣ $\omega = \pi$.
Вообще-же $\omega = \pi \cdot \frac{2e}{\lambda} = m\pi$
Отсюда получаемъ основную формулу дифракціонной рѣшетки

$$\sin\varphi = m\frac{\lambda}{e}$$

черт. 123.



Если имѣемъ пучекъ параллельныхъ лучей L (черт. 123), падающихъ нормально на рѣшетку A, то, поставивъ трубу по направленію падающаго луча LB, увидимъ щель. Если-же мы станемъ двигать трубу, то сначала ничего не увидимъ, а затѣмъ, когда труба придетъ въ положеніе OC, т. е. когда

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda}{e}$$

мы увидимъ свѣтлую линію (щель); передвигая трубу дальше, когда она придетъ въ положеніе OD, т. е. когда

$$\sin\varphi_2 = \frac{2\lambda}{e}$$

мы увидимъ опять свѣтлую линію и т. д.

Оцѣнимъ, приблизительно, уголъ φ_1 для нашей рѣшетки и для желтыхъ лучей. Мы знаемъ, что $\lambda_j = 0{,}0006$ mm. e есть разстояніе между 2мя соотвѣтственными точками 2хъ сосѣд-

ныхъ щелей, и для нашей рѣшетки

$$e = \frac{1}{200}\ ^{m}/_{m}.$$

значитъ $\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{e} = 0,12$

или $\varphi_1^\circ = 7^\circ$ (приблизительно)

Значитъ, для того, чтобы увидѣть первую свѣтлую полосу, придется передвинуть трубу приблизительно на 7°

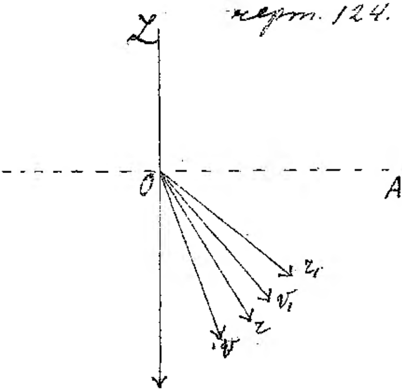
Но можно поступать и обратно. Можно измѣрить <u>e</u> и <u>φ</u> (что можно сдѣлать очень точно) и по основной формулѣ диффракціонной рѣшетки опредѣлить <u>λ</u>. Наблюденія эти очень удобны еще и тѣмъ, что является очень хорошій контроль, такъ какъ можно опредѣлить нѣсколько угловъ φ ($\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ ......)

Если возьмемъ бѣлый свѣтъ, представляющій собой совокупность цвѣтныхъ лучей, то получимъ слѣдующее. Какъ видно изъ формулы $\sin \varphi = \frac{\lambda}{e}$, величина отклоненія луча <u>пропорціональна длинѣ волны</u>, а мы знаемъ, что $\lambda_r = 0,0008\ ^{m}/_{m}$

$\lambda_v = 0,0004\ ^{m}/_{m}$,

слѣдовательно окажется, что красные лучи будутъ больше отклонены, нежели фіолетовые, и мы получимъ, такъ называемый, диффракціонный спектръ (черт. 124.)

Какъ видно, спектръ этотъ получается совершенно безъ помощи



черт. 124.

призмы и даютъ лучи красные больше отклонены, меньше лучи фіолетовые. Еще очень важное свойство этого спектра заключается въ томъ, что синусы угловъ отклоненія лучей пропорціональны длинѣ волны луча, и совершенно не зависятъ отъ вещества дающаго спектръ, чего не наблюдается, какъ извѣстно, въ спектрѣ, получаемомъ отъ призмы. Тамъ, отклоненія лучей зависятъ прямо отъ свойствъ вещества призмы, причемъ наблюдаются иногда аномальныя явленія (аномальная дисперсія). Ничего подобнаго въ диффракціонныхъ спектрахъ нѣтъ, а потому онъ и названъ <u>нормальнымъ спектромъ.</u>

Такъ какъ каждый цвѣтной лучъ даетъ начало нѣсколькимъ свѣтлымъ линіямъ (главные maxima), то можно получить нѣсколько спектровъ (черт. 124), но они постепенно ослабѣваютъ. Хотя теоретически спектровъ должно получится очень большое число,

но спектры высшаго порядка такъ слабы, что ихъ совершенно не видно, кромѣ того, возможно еще, что начало послѣдующаго спектра накладывается на конецъ предыдущаго и поэтому получаются нечистые спектры и смѣшеніе цвѣтовъ.

Первый спектръ получается чистымъ и второй на него не находитъ. Дѣйствительно, 1ый спектръ начнется гдѣ

$$\sin \varphi_1 = \frac{0,0004}{e}$$

2ой спектръ начнется тамъ, гдѣ

$$\sin \varphi_2 = \frac{0,0008}{e}$$

3ій спектръ начнется тамъ, гдѣ

$$\sin \varphi_3 = \frac{0,0012}{e}$$ и т. д.

. . . .

1ый спектръ кончится тамъ, гдѣ

$$\sin \varphi_1 = \frac{0,0008}{e}$$

2ой спектръ кончится тамъ, гдѣ

$$\sin \varphi_2 = \frac{0,0016}{e}$$

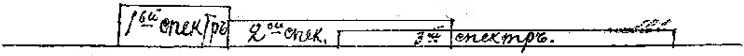
3ій спектръ кончится тамъ, гдѣ

$$\sin \varphi_3 = \frac{0,0024}{e}$$ и т. д.

. . . .

Отсюда видно, что уже третій спектръ налагается частью на второй, но первый совершенно чистый. (черт. 125)

черт. 125.



Измѣреніе длины свѣтовой волны при помощи диффракціонной рѣшетки есть самый лучшій пріемъ для опредѣленія λ.

КОНЕЦЪ.